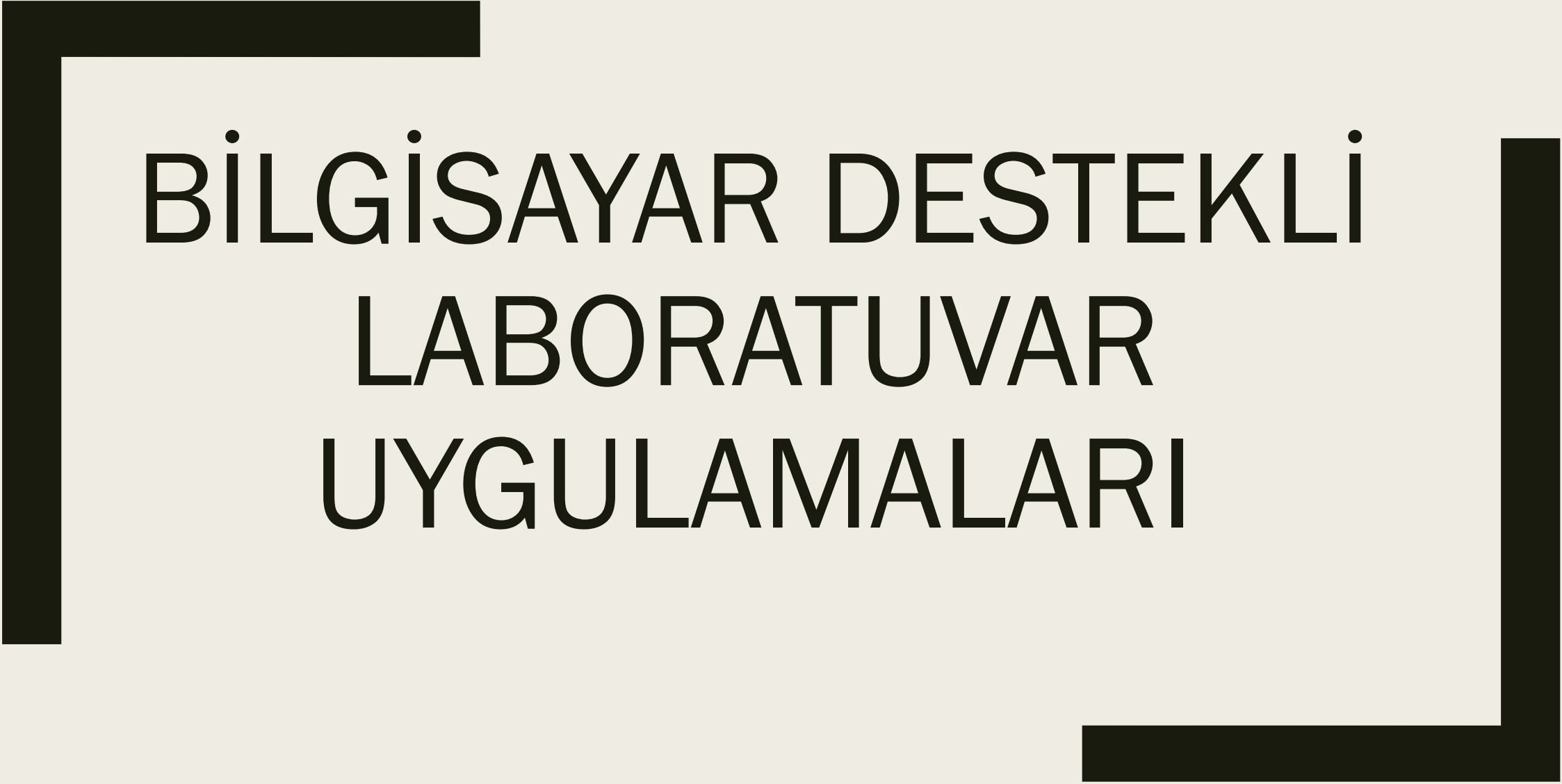


OTOMATİK KONTROL

1



**BİLGİSAYAR DESTEKLİ
LABORATUVAR
UYGULAMALARI**

«syms» fonksiyonu:

Elde ettiğimiz sembolik ifadelerin üzerinde matematiksel operasyonlar yapmak için MATLAB'da syms fonksiyonu kullanılır.

syms fonksiyonu, matematiksel ifadeler için sembolik değişkenler tanımlamak için kullanılır.
Örneğin:

```
syms x y z  
f = x^2 + y^2 + z^2;  
g = x*y*z;
```

Bu kodda, syms fonksiyonu ile x, y ve z sembolik değişkenleri tanımlanır. Daha sonra, f ve g sembolik ifadeler oluşturmak için bu sembolik değişkenler kullanılır. f sembolik ifadesi, $x^2 + y^2 + z^2$ ifadesidir ve g sembolik ifadesi, $x*y*z$ ifadesidir.

Bu sembolik ifadeler, sembolik matematiksel işlemler yapmak için kullanılabilir. Örneğin, sembolik ifadeleri farklılaştırabilir, türev ya da integrallerini alabilirsiniz.

«syms» fonksiyonu ile türev alma:

Matlab'da syms kullanarak türev almak için aşağıdaki adımları takip edebilirsiniz:

Öncelikle, türev almak istediğiniz fonksiyonu **syms** kullanarak tanımlamanız gerekir.

Örneğin, $f(x,y) = x^2+y^3$ fonksiyonunu şu şekilde tanımlayabilirsiniz:

```
>> syms x y z  
>> z=x^2+y^3  
z = x^2 + y^3
```

Son olarak, türev alma işlemi aşağıdaki komutu kullanarak yapabilirsiniz:

```
>> turev_z_x=diff(z,x) %x 'e göre türev  
turev_z_x = 2*x
```

```
>> turev_z_y=diff(z,y) %y 'ye göre türev  
turev_z_y = 3*y^2
```

«syms» fonksiyonu ile türev alma:

Daha karmaşık bir örnek vermek gerekirse:

Örneğin, $f(x) = \sin(x) * \exp(x) + x^3$

```
>> syms x;
```

```
>> f = sin(x) * exp(x) + x^3;
```

```
>> turev_f=diff(f,x)
```

```
turev_f = exp(x)*cos(x) + exp(x)*sin(x) + 3*x^2
```

Matlab'da syms kullanarak türev alma işlemi için aşağıdaki alternatif komutu da kullanabilirsiniz:

```
>> df = fprime(f, x)
```

«syms» fonksiyonu ile integral alma:

Matematikte integral, bir fonksiyonun grafiğinin altındaki alanı hesaplamak için kullanılan bir işlemdir.

Matlab'da integral almak için iki farklı yöntem kullanılabilir: sembolik integral alma ve sayısal integral alma.

Sembolik integral alma, integrali sembolik olarak hesaplayan bir yöntemdir. Matlab'da sembolik integral almak için «**int**» komutu kullanılır. Bu komut, integralin alınacağı fonksiyonu ve integralin alınacağı değişkeni alır.

Örneğin, $f(x) = x^2$ fonksiyonunun integralini hesaplamak için aşağıdaki komutu kullanabiliriz:

```
>>syms x
```

```
>>f(x) = x^2
```

```
>>I = int(f, x)
```

Bu komut, I değişkenine aşağıdaki sonucu atar:

```
>>I = x^3/3
```

«syms» fonksiyonu ile integral alma:

Biraz önce türevini aldığımız fonksiyonun şimdi integralini alalım: Başlangıç fonksiyonunu elde etmemiz gerekir.

```
>> f=exp(x)*cos(x) + exp(x)*sin(x) + 3*x^2
```

```
f = exp(x)*cos(x) + exp(x)*sin(x) + 3*x^2
```

```
>> integral_f_x = int(f,x)
```

```
integral_f_x = exp(x)*sin(x) + x^3
```

LAPLACE DÖNÜŞÜMLERİ

Dönüşüm kalıpları üzerinden manuel olarak gerçekleştirilen dönüşümler gibi Matlab vs. yazılımlar kullanarak da dönüşümler gerçekleştirebiliriz. Laplace dönüşümlerinde «t» domeninden «s» domenine dönüşüm sağlanır. Derste çözülen örnek:

$$f(t) = 3t + 2t^2$$

Solution:

$$\mathcal{L}\{t\} = 1/s^2$$

$$\mathcal{L}\{t^2\} = 2/s^3$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \mathcal{L}\{3t + 2t^2\} = 3\mathcal{L}\{t\} + 2\mathcal{L}\{t^2\} = 3/s^2 + 4/s^3$$

```
syms t
f=3*t + 2*t^2;
y=laplace(f);
pretty(y)
```

```
f =
2*t^2 + 3*t

y =
3/s^2 + 4/s^3
```

```
3    4
-- + --
2    3
s    s
```

Pretty gösterimi

Örnek:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(3 + e^{6t})^2 &= \mathcal{L}(3 + e^{6t})(3 + e^{6t}) = \mathcal{L}(9 + 6e^{6t} + e^{12t}) \\ &= \mathcal{L}(9) + \mathcal{L}(6e^{6t}) + \mathcal{L}(e^{12t}) \\ &= 9\mathcal{L}(1) + 6\mathcal{L}(e^{6t}) + \mathcal{L}(e^{12t}) \\ &= \frac{9}{s} + \frac{6}{s-6} + \frac{1}{s-12}\end{aligned}$$

```
syms t
```

```
f=(3+exp(6*t))^2;
```

```
y=laplace(f);
```

```
pretty(y)
```

```
f =
```

```
(exp(6*t) + 3)^2
```

```
y =
```

```
6/(s - 6) + 1/(s - 12) + 9/s
```

```
6
```

```
1
```

```
9
```

```
----- + ----- + -  
s - 6      s - 12     s
```

Örnek: (Türevin Laplace dönüşümü)

Örnek:
 $f(t) = 2t \cdot e^{-2t} \Rightarrow \mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = ?$

Türevin Laplace dönüşümü?
 $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = s \cdot F(s) - f(0)$

```
1  clc;
2  syms t
3  f=(2*t*exp(-2*t));
4  y=laplace(diff(f));
5  pretty(y)
```

Command Window

```
f =
2*t*exp(-2*t)
y =
2/(s + 2) - 4/(s + 2)^2
-----
s + 2      2
          (s + 2)
```

İçerideki durumda: $\frac{2s}{(s+2)^2} + 0 = \frac{2s}{(s+2)^2}$

TERS LAPLACE DÖNÜŞÜMLERİ

Ters laplace dönüşümlerinde bu sefer «s» domeninden «t» domenine dönüşüm sağlanır. Yukarıdaki örnekleri tekrar kullanabiliriz.

```
1  clc;
2  syms s
3  f=9/s+6/(s-6)+1/(s-12);
4  y=ilaplace(f);
5  pretty(y)
```

Command Window

```
f =
6/(s - 6) + 1/(s - 12) + 9/s
y =
6*exp(6*t) + exp(12*t) + 9
exp(6 t) 6 + exp(12 t) + 9
```

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(3 + e^{6t})^2 &= \mathcal{L}(3 + e^{6t})(3 + e^{6t}) = \mathcal{L}(9 + 6e^{6t} + e^{12t}) \\ &= \mathcal{L}(9) + \mathcal{L}(6e^{6t}) + \mathcal{L}(e^{12t}) \\ &= 9\mathcal{L}(1) + 6\mathcal{L}(e^{6t}) + \mathcal{L}(e^{12t}) \\ &= \frac{9}{s} + \frac{6}{s-6} + \frac{1}{s-12}\end{aligned}$$

Pretty gösterimi

Örnek:

Örnek:
 $f(t) = 2t \cdot e^{-2t} \Rightarrow \mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = ?$

İyon durumunda: $\frac{2s}{(s+2)^2} + 0 = \frac{2s}{(s+2)^2}$

```
1 clc;  
2 syms s  
3 f=2*s/(s+2)^2;  
4 y=ilaplace(f);  
5 pretty(y)
```

Command Window

```
f =  
(2*s)/(s + 2)^2  
y =  
2*exp(-2*t) - 4*t*exp(-2*t)
```

BASİT KESİRLERE AYIRMA

- Elde edilen bir rasyonel fonksiyonu, toplamı daha basit kesirlere ayırmak istediğimizde Matlab'da residue() fonksiyonunu kullanabiliriz.
- residue() fonksiyonu, rasyonel fonksiyonun polinom pay ve payda katsayılarını alır ve bunları kısmi kesirler toplamına dönüştürür.

Örnek:

$$F(s) = \frac{1}{s(s+3)}$$

ifadesinin ters Laplace dönüşümünü gerçekleştiriniz.

Kısmi kesirlere ayırma yöntemini kullanalım:

$$F(s) = \frac{1}{s(s+3)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+3)} = \frac{A(s+3) + Bs}{s(s+3)}$$

$$A(s+3) + Bs = 1$$

Bu durumda;

$$As + 3A + Bs = 1$$

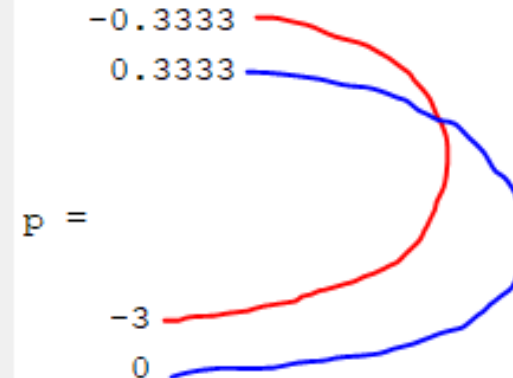
$$A + B = 0$$

$$3A = 1$$

$$A = \frac{1}{3}, B = -\frac{1}{3}$$

```
1   clc
2   syms s
3   pay=[1];
4   payda=[1 3 0];
5   [r,p,k]=residue(pay,payda)
```

Command Window



k =

[]

Bu ne demek?

$$-0.33 \frac{1}{s+3} + 0.33 \frac{1}{s}$$

Örnek:

$$F(s) = \frac{s^2 + 9s + 19}{(s+1)(s+2)(s+4)} \Rightarrow f(t) = ?$$

Kısmi kesirlerine ayıralım: 3 basit kutup var.

$$F(s) = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+4}$$

1. yöntem

2. yöntem

Bu eşitliği basit kesirlere Matlab kullanarak ayırmak için öncelikle paydadaki polinomu bulmalıyız. Bu polinomu bulmak için yine Matlab kullanabiliriz.

```
1   clc
2   syms s
3   f1=s+1;
4   f2=s+2;
5   f3=s+4;
6   sonuc=expand(f1*f2*f3)
7   sonuc2=poly([-1 -2 -4])
```

Command Window

sonuc =

s^3 + 7*s^2 + 14*s + 8

sonuc2 =

1 7 14 8

Örnek:

$$F(s) = \frac{s^2 + 9s + 19}{(s+1)(s+2)(s+4)} \Rightarrow f(t) = ?$$

Kısmi kesirlerine ayıralım: 3 basit kutup var.

$$F(s) = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+4}$$

$$F(s) = -\frac{0.1667}{s+4} - \frac{2.5}{s+2} + \frac{3.6667}{s+1}$$

$$F(s) = \frac{11/3}{s+1} - \frac{5/2}{s+2} - \frac{1/6}{s+4}$$

```
1   clc
2   syms s
3   pay=[1 9 19];
4   payda=[1 7 14 8];
5   [r,p,k]=residue(pay,payda)
```

Command Window

r =

-0.1667
-2.5000
3.6667

p =

-4.0000
-2.0000
-1.0000

k =

DA Motor Modelleme

Aşağıda verilen DA motor parametreleri bir bilimsel çalışmadan alınmıştır.

Table 2 Values of modeling parameters of DC motor

| S.no | Parameter | Value |
|------|-----------|------------------------|
| 1 | R_a | 0.4 Ω |
| 2 | L_a | 2.7 H |
| 3 | J | 0.0004 ($kg.m^2$) |
| 4 | B | 0.0022 ($N.m.s/rad$) |
| 5 | K_t | 0.015 ($N.m/A$) |
| 6 | K_e | 0.05 ($V.s/rad$) |

<https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/2256269>

Bu motorun matematiksel modelini çıkartalım:

$$\frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{K_t}{[Js + B][R + Ls] + K_t K_e}$$

5.35

DA Motor Modelleme

Matlab'da modelleme:

```
syms s
```

```
R=0.4;
```

```
L=2.7;
```

```
J=0.0004;
```

```
B=0.0022;
```

```
Kt=0.0015;
```

```
Ke=0.05;
```

```
%Zaman değerlerini veriyoruz
```

```
t=0.01:0.1:50;
```

```
G_pay=Kt;
```

```
G_payda=(J*s+B)*(R+L*s)+Kt*Ke;
```

```
G_s=G_pay/G_payda;
```

```
%Giriş 5 Volt olsun. Yani 5*birim basamak olsun.
```

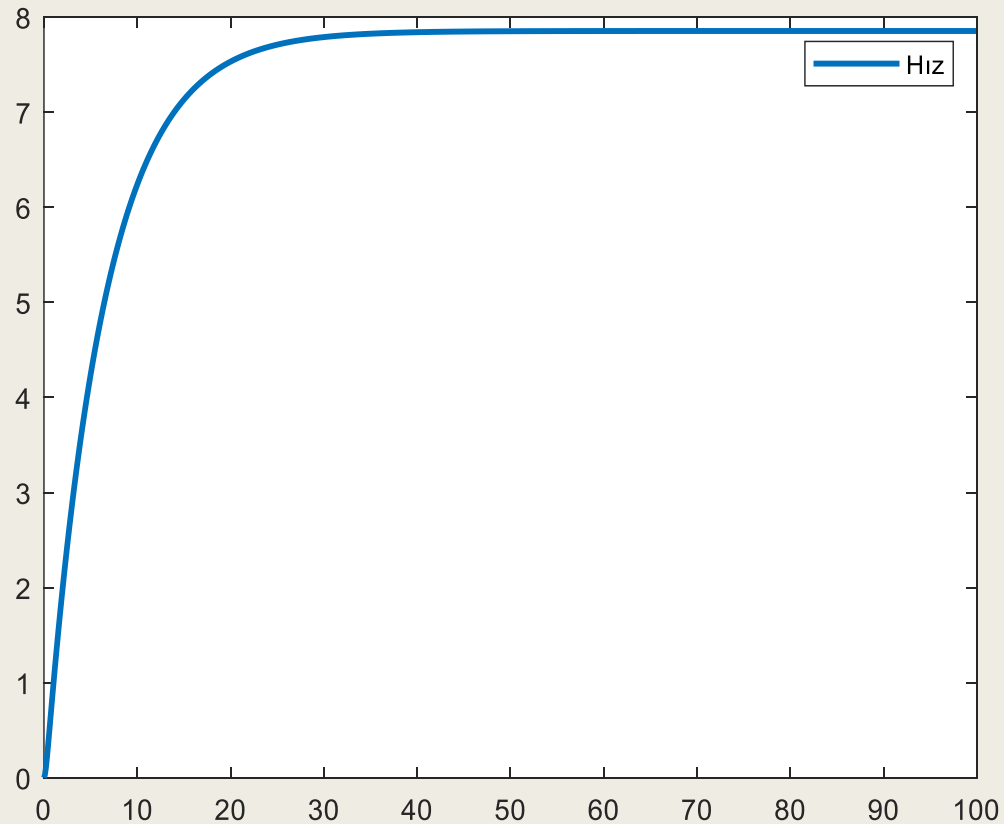
```
v_s=5/s;
```

```
w_s=v_s*G_s;
```

```
w_t=ilaplace(w_s)
```

DA Motor Modelleme

```
w_t=1500/191 - (1500.*exp(-(305*t)/108).*(cosh((82711^(1/2).*t)/108) + (305*82711^(1/2).*sinh((82711^(1/2)*t)/108))/82711)/191;  
plot(t,w_t,'LineWidth',2);  
legend('Hz')
```



DA Motor Modelleme

