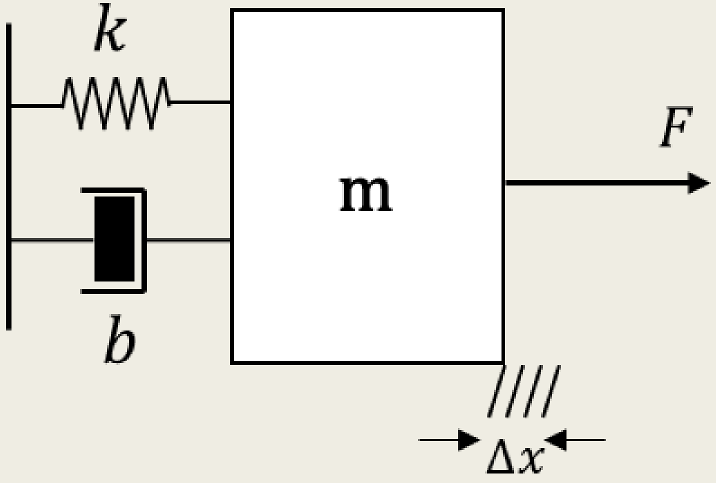
MEKANİK SİSTEM PID ÖRNEK

PID Kontrolörler

Aşağıdaki sistemi ele alalım.



Sistemde hareketi sağlayan bir F kuvveti ile bu kuvvete karşı koyan F_m, F_k, F_b kuvvetleri bulunmaktadır. Bu durumda;

$$F = F_m + F_k + F_b \qquad 3.5$$

Sistemin girişini F kuvveti, çıkışını da $x(t)$ yer değiştirmesi olarak kabul edelim.

$$F = m\frac{d^2}{dt^2}x(t) + kx(t) + b\frac{d}{dt}x(t) \qquad 3.6$$

Transfer fonksiyonunu bulmak için eşitliğin her iki tarafının da Laplace dönüşümlerini alalım.

$$F = F(s) \qquad 3.7$$

$$F(s) = ms^2x(s) + kx(s) + bsx(s)$$

$$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + k + bs}$$

PID Kontrolörler

m = 1 kg
b = 10 N s/m
k = 20 N/m
F = 1 N

Olarak seçelim. Bu değerleri transfer fonksiyonunda yerine koyalım.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$$

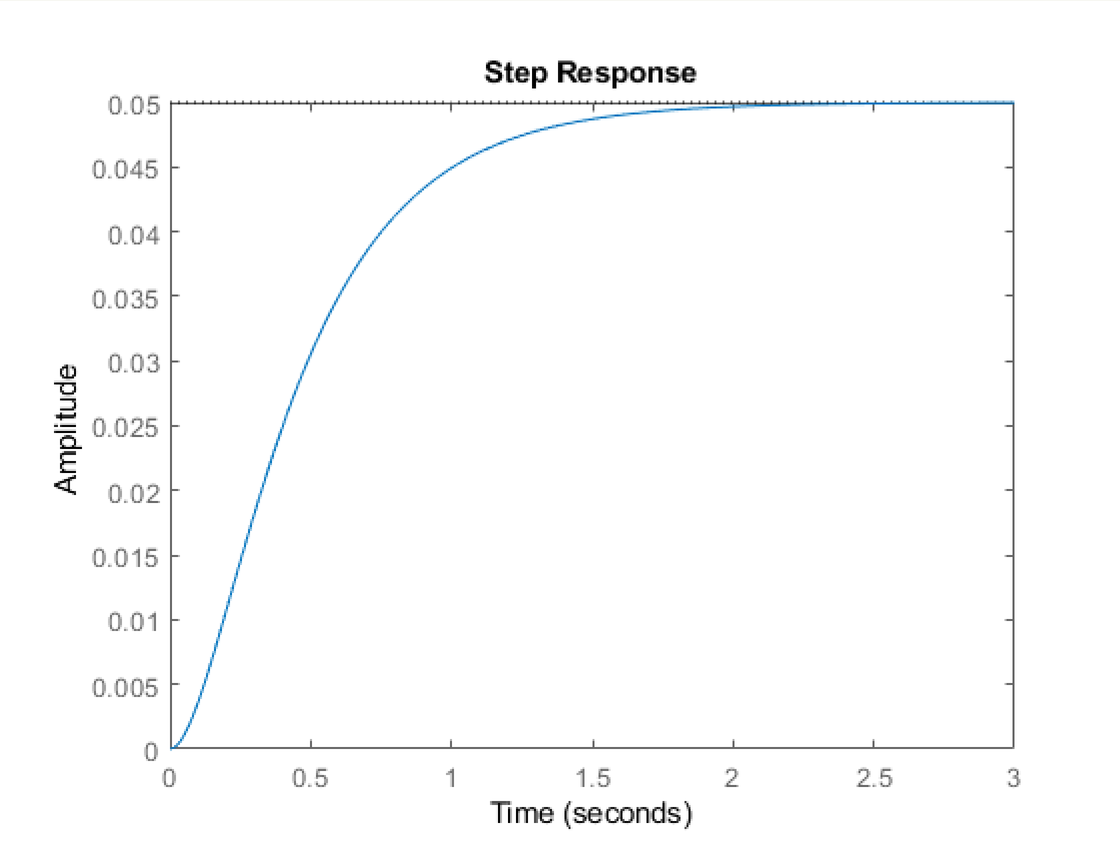
Bu örnekte Kp, Ki ve Kd’nin

- *Hızlı yükselme zamanı*
- *En küçük aşma*
- *En küçük kalıcı durum hatası*

Elde etmedeki katkılarını anlamaya çalışacağız.

PID Kontrolörler

```
s = tf('s');
P = 1/(s^2 + 10*s + 20);
step(P)
```



Transfer fonksiyonunun kazancı 1/20, yani birim adım girişine karşı yanıtın son değeri 0.05'dir. ,

Bu, oldukça büyük olan 0.95'lik bir kalıcı durum hatasına karşılık gelir. Ayrıca yükselme süresi yaklaşık bir saniye, yerleşme süresi ise yaklaşık 1,5 saniyedir. Yükselme süresini azaltacak, yerleşme süresini azaltacak ve kalıcı durum hatasını ortadan kaldıracak bir kontrolör tasarlayalım.

tr = Inf
ts = 1.4472
Mp = Inf

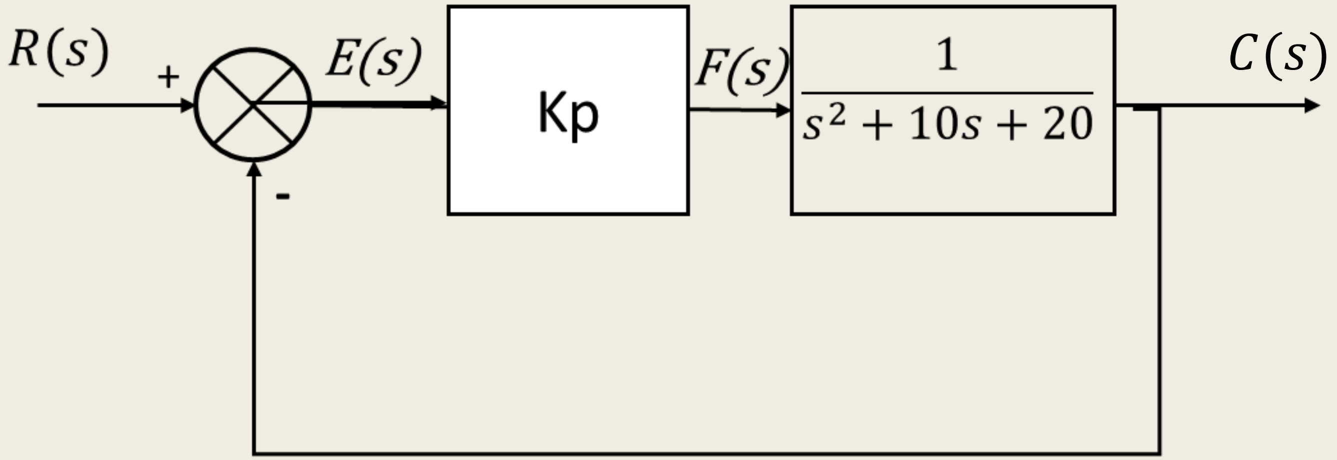
PID Kontrolörler

PID gain	Overshoot	Settling time	Steady-state error
Increasing k_p	Increases	Minimal impact	Decreases
Increasing k_i	Increases	Increases	Zero error
Increasing k_d	Decreases	Decreases	No impact

PID Kontrolörler

ORANSAL KONTROL

Yukarıda gösterilen tablodan oransal denetleyicinin (Kp) yükselme süresini azalttığını, aşmayı artırdığını ve kararlı durum hatasını azalttığını biliyoruz.



$$G_T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p}{s^2 + 10s + (20 + K_p)}$$

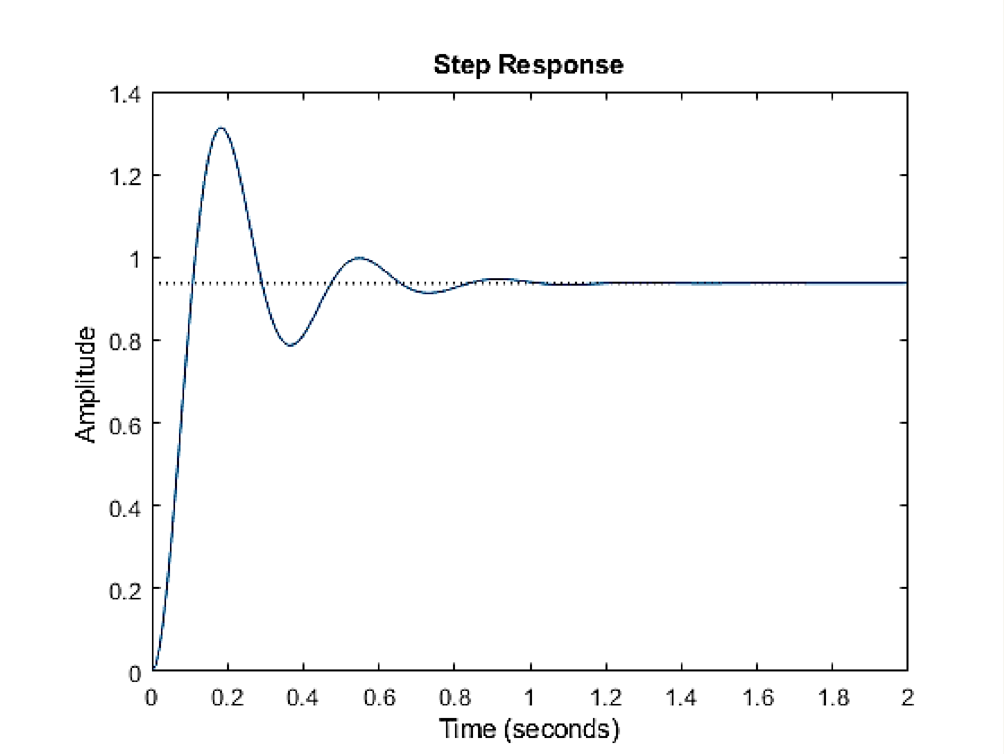
Kp=300 verelim;

PID Kontrolörler

ORANSAL KONTROL

```
Kp = 300;
C = pid(Kp)
T = feedback(C*P,1)

t = 0:0.01:2;
step(T,t)
```

```
C =

  Kp = 300

P-only controller.


T =

      300
  ----------------
  s^2 + 10 s + 320

Continuous-time transfer function.
```



Yukarıdaki grafik, oransal denetleyicinin hem yükselme süresini hem de kalıcı durum hatasını azalttığını, aşmayı artırdığını ve yerleşme süresini az miktarda azalttığını göstermektedir.

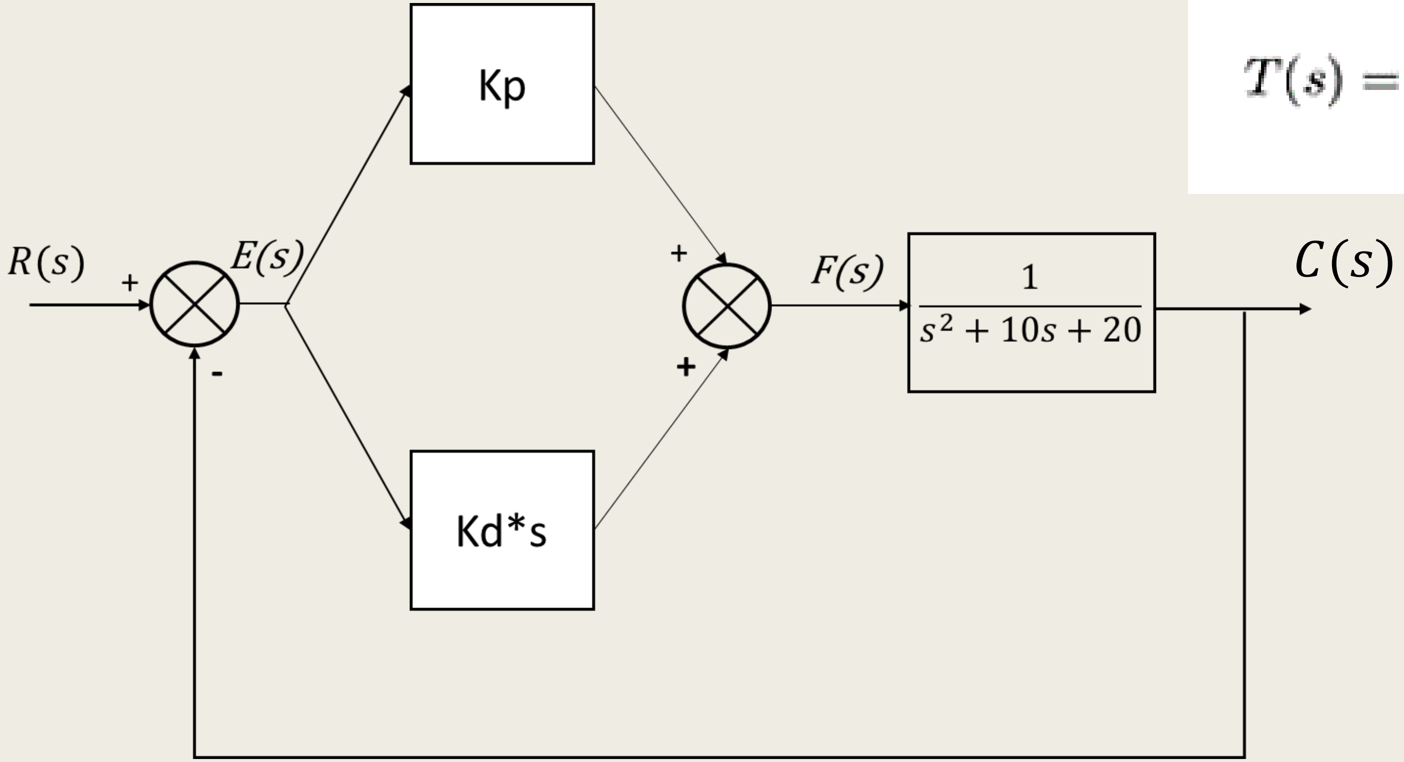
tr = 0.1079
ts = 0.8000
Mp = 0.4328

PID Kontrolörler

ORANSAL + TÜREV (PD) KONTROL

Yukarıda gösterilen tablodan, türev kontrolünün (Kd) eklenmesinin hem aşmayı hem de yerleşme süresini azaltma eğiliminde olduğunu görüyoruz.
Verilen sistemin kapalı döngü transfer fonksiyonu:

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_d s + K_p}{s^2 + (10 + K_d)s + (20 + K_p)}$$



PID Kontrolörler

ORANSAL + TÜREV (PD) KONTROL

```
Kp = 300;
Kd = 10;
C = pid(Kp,0,Kd)
T = feedback(C*P,1)

t = 0:0.01:2;
step(T,t)
```

C = Kp + Kd * s

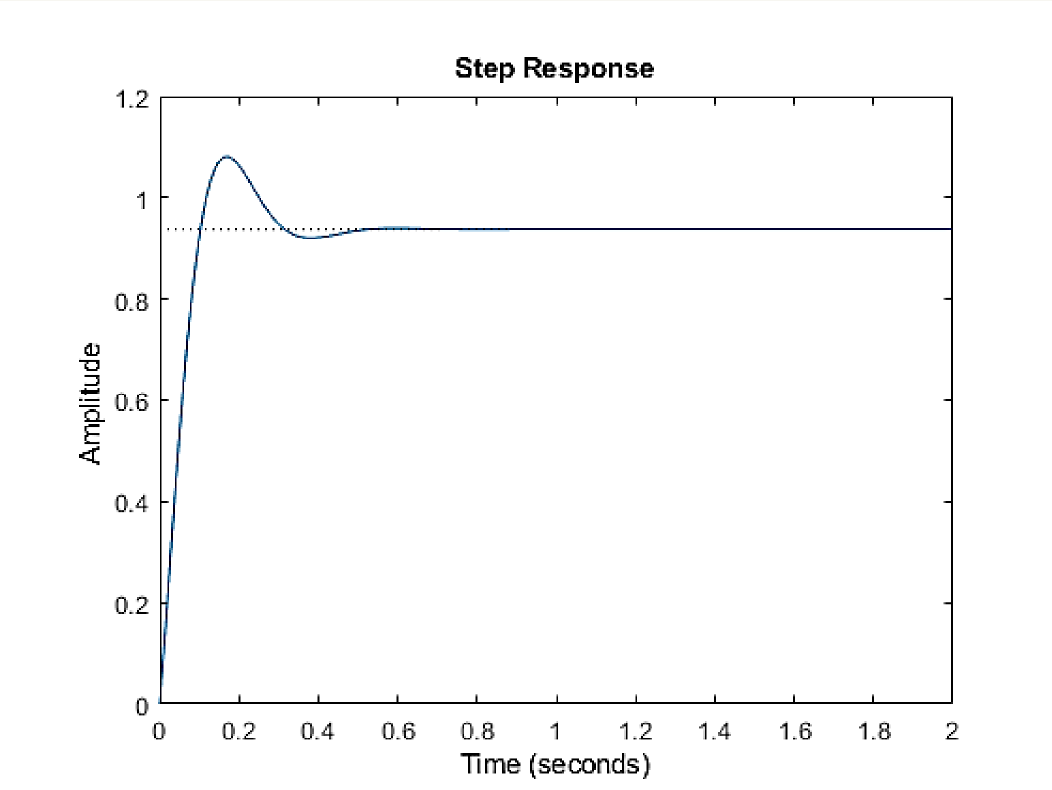
with Kp = 300, Kd = 10

Continuous-time PD controller in parallel form.

T =

$$\frac{10\,s + 300}{s^2 + 20\,s + 320}$$

Continuous-time transfer function.



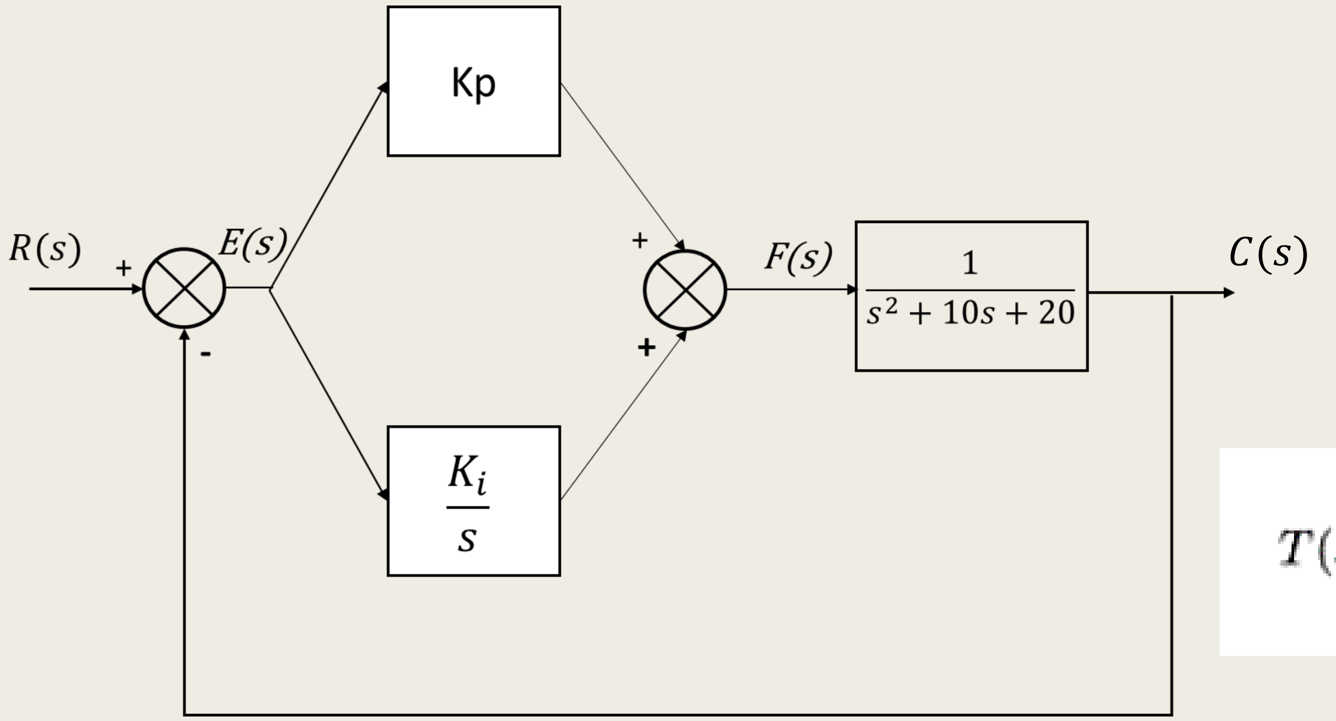
Bu grafik, türev teriminin eklenmesinin hem aşmayı hem de yerleşme süresini azalttığını ve yükselme süresi ve kararlı durum hatası üzerinde ihmal edilebilir bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir.

tr = 0.1459
ts = 0.4000
Mp = 0.2083

PID Kontrolörler

ORANSAL + İNTEGRAL (PI) KONTROLÖR

PID kontrolüne geçmeden önce PI kontrolünü inceleyelim. Tablodan, integral kontrolünün (Ki) eklenmesinin yükselme süresini azaltma eğiliminde olduğunu, hem zirve hem de yerleşme süresini artırdığını ve kararlı durum hatasını azalttığını görüyoruz.

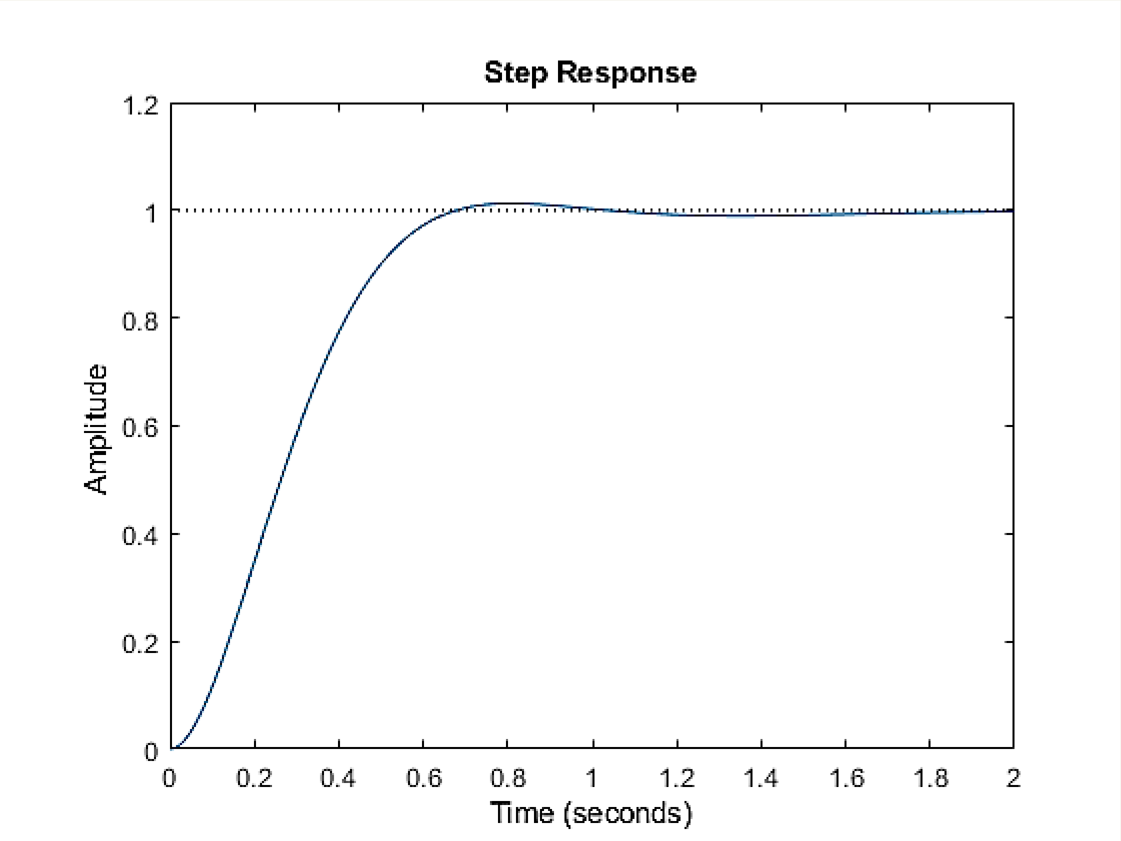


$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s^3 + 10s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

PID Kontrolörler

```
Kp = 30;
Ki = 70;
C = pid(Kp,Ki)
T = feedback(C*P,1)

t = 0:0.01:2;
step(T,t)
```

```
C =

             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 30, Ki = 70

Continuous-time PI controller in parallel form.


T =

          30 s + 70
  ------------------------
  s^3 + 10 s^2 + 50 s + 70
```

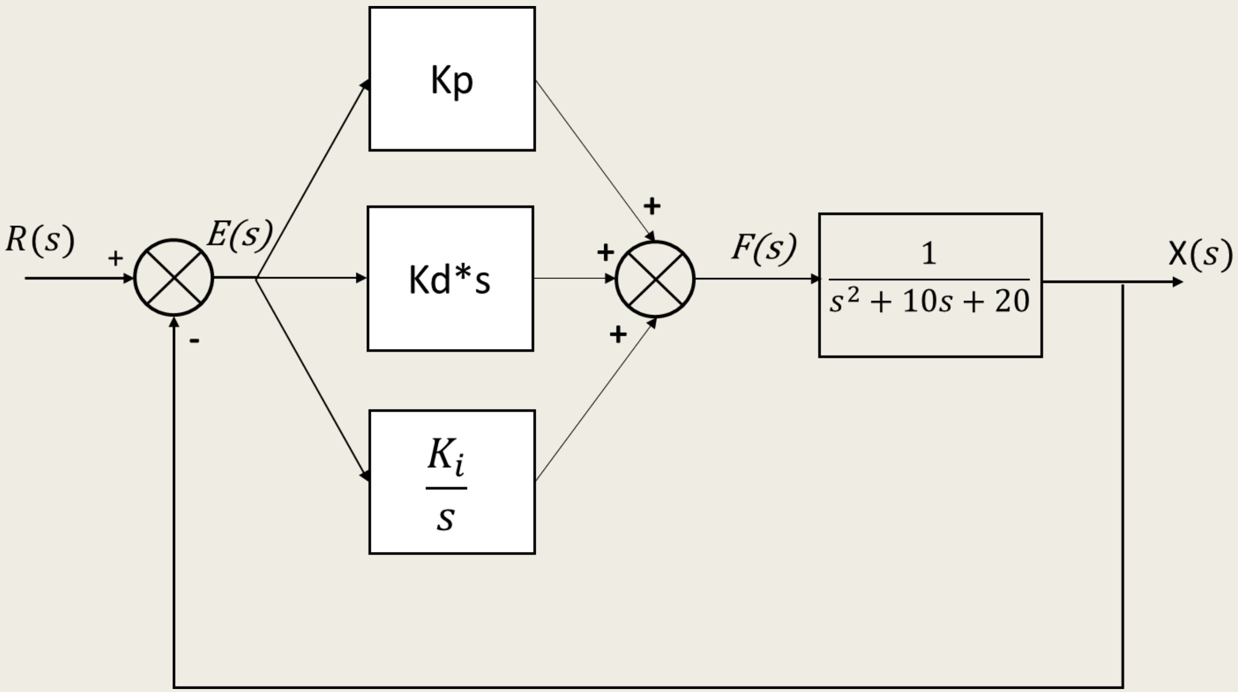


Oransal kazancı (Kp) azalttık çünkü integral denetleyici yükselme süresini de azaltır ve oransal denetleyicinin yaptığı gibi aşmayı artırır (çift etki).
Yukarıdaki yanıt, integral denetleyicinin bu durumda kararlı durum hatasını ortadan kaldırdığını göstermektedir.

tr = 0.5504
ts = 0.6916
Mp = 0.1600

PID Kontrolörler

ORANSAL + TÜREV + İNTEGRAL (PID) KONTROL



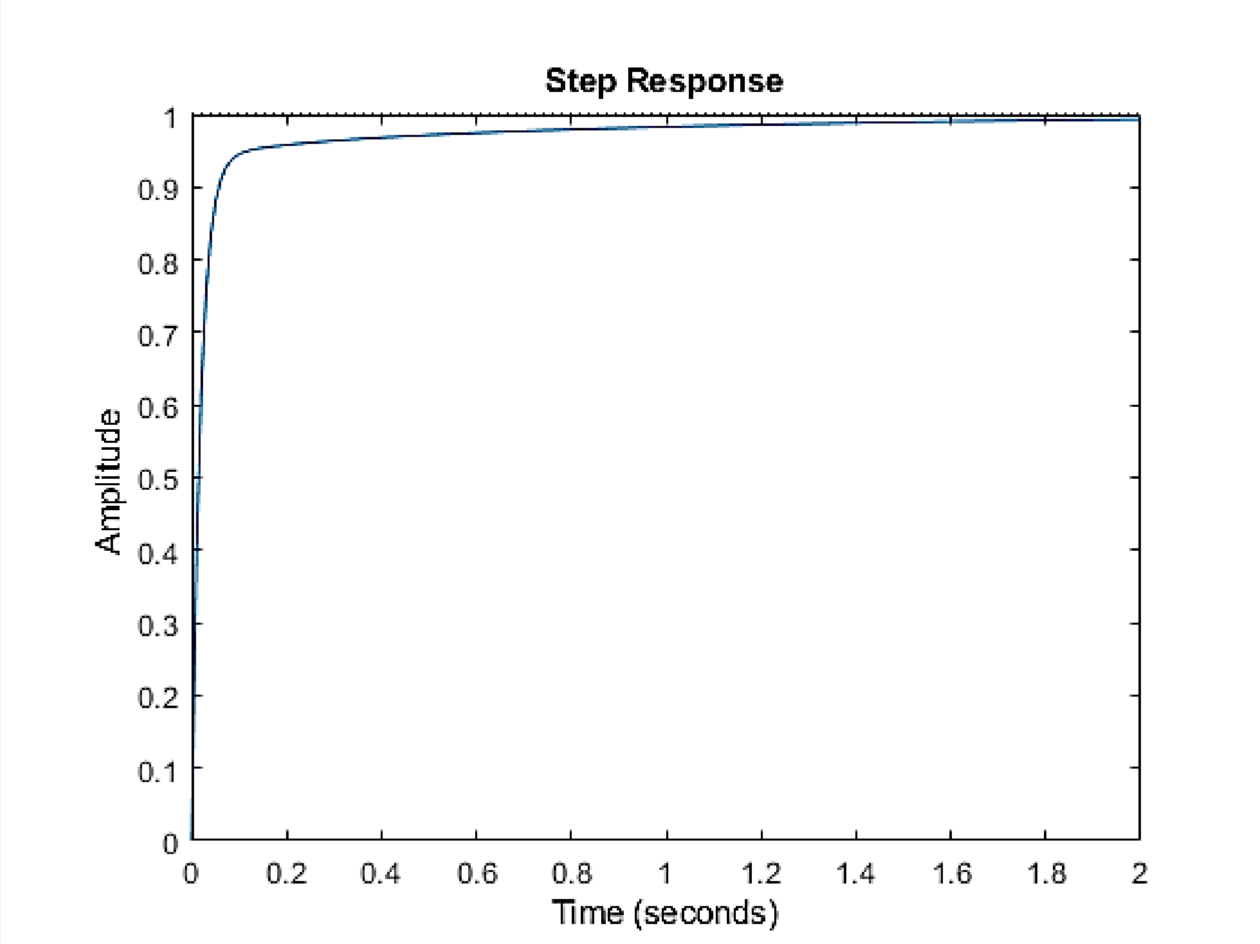
$$T(s) = \frac{X(s)}{R(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s^3 + (10 + K_d)s^2 + (20 + K_p)s + K_i}$$

PID Kontrolörler

```
Kp = 350;
Ki = 300;
Kd = 50;
C = pid(Kp,Ki,Kd)
T = feedback(C*P,1);

t = 0:0.01:2;
step(T,t)
```

```
T =

         30 s + 70
  ------------------------
  s^3 + 10 s^2 + 50 s + 70

Continuous-time transfer function.


C =

              1
  Kp + Ki * --- + Kd * s
              s

  with Kp = 350, Ki = 300, Kd = 50

Continuous-time PID controller in parallel form.
```

PID Kontrolörler



Şimdi, aşması olmayan, hızlı yükselme süresi olan ve sabit durum hatası olmayan bir kapalı döngü kontrol sistemi tasarladık.

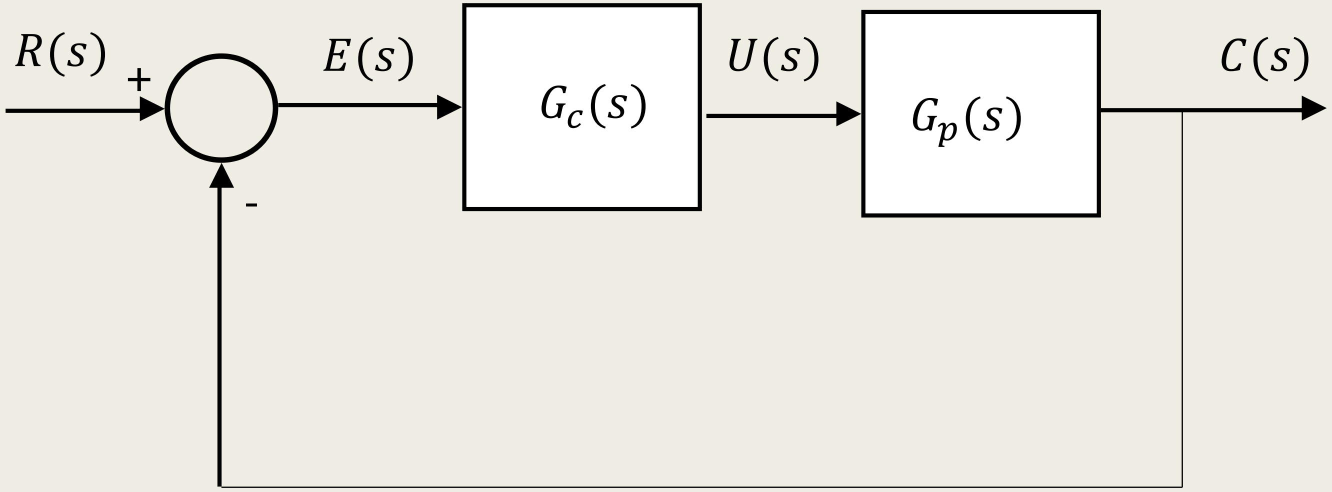
PID Kontrolörler

Bir PID Denetleyicisi Tasarlamak İçin Genel İpuçları

Belirli bir sistem için bir PID denetleyici tasarlarken, istenen yanıtı elde etmek için aşağıda gösterilen adımları izleyebilirsiniz.

- Açık döngü yanıtı alın ve neyin iyileştirilmesi gerektiğini belirleyin
- Yükselme süresini iyileştirmek için oransal bir kontrol ekleyin
- Aşmayı azaltmak için bir türev kontrol ekleyin
- Kararlı durum hatasını azaltmak için bir integral kontrolü ekleyin
- İstenilen genel yanıtı elde edene kadar Kp, Ki ve Kd kazanımlarının her birini ayarlayın.
- Hangi kontrolörün hangi özellikleri kontrol ettiğini öğrenmek için yukarıda verilen tabloya başvurabilirsiniz.
- Son olarak, gerekli olmadıkça üç denetleyiciyi (oransal, türev ve integral) tek bir sisteme uygulamanız gerekmediğini unutmayın. Örneğin, bir PI denetleyicisi verilen gereksinimleri karşılıyorsa (yukarıdaki örnekte olduğu gibi), o zaman sistemde bir türev denetleyici uygulamanız gerekmez. Denetleyiciyi mümkün olduğunca basit tutun.

PI Kontrolör Sorusu



$$G_p(s) = \frac{1}{s+1}$$

Kontrol sisteminin birim basamak girişi için:

a) Kp=1 oransal kontrolörle geri beslemeli davranışını inceleyiniz.
b) Bu sistemin baskın kutuplarının sönüm faktörü 0.8 ve doğal frekansı 10 olacak şekilde bir PI kontrolör tasarlayınız.
c) Ortaya çıkan sistemi yorumlayınız.

Prof. Dr. Muammer Gökbulut Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

a) $G_c(s) = 1 \qquad G_p(s) = \dfrac{1}{s+1}$

İleri yol transfer fonksiyonu

$T(s) = G_c(s) . G_p(s)$

$T_s = \dfrac{1}{s+1}$

Kapalı döngü transfer fonksiyonu:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{\frac{1}{s+1}}{1 + \frac{1}{s+1}} = \frac{1}{s+2}.$$

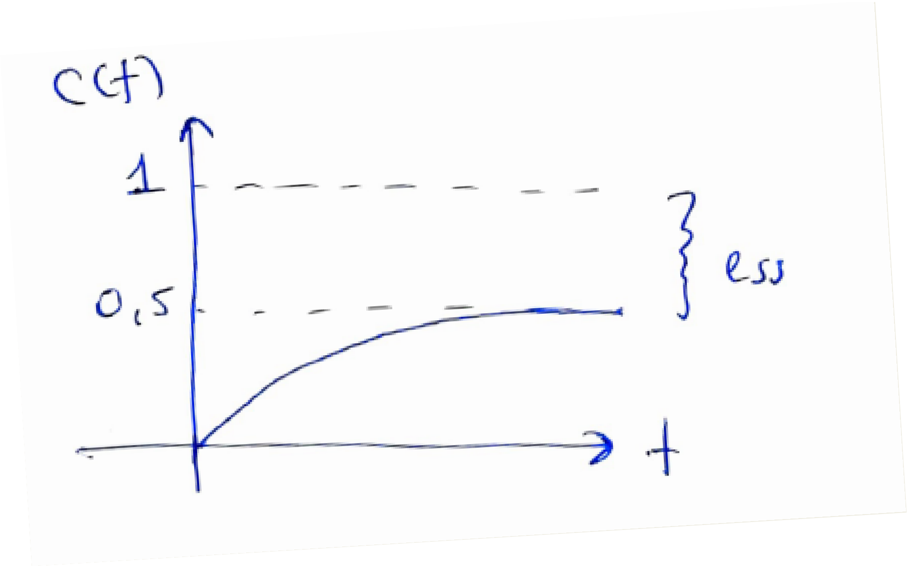
$\tau = 0{,}5$.'dir.

Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

Kalıcı durum hatası:

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + \lim\limits_{s \to 0} \frac{1}{s+1}} = \frac{1}{2} = 0{,}5 .$$



Görüldüğü gibi oldukça yüksek bir kalıcı durum hatası oluşmuştur.

Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

b) $\zeta = 0{,}8$, $\omega_n = 10.$

Verilen değerlere göre;

$$M = e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = e^{-\frac{0{,}8 \cdot \pi}{\sqrt{1-0{,}64}}} = 0{,}015$$

$$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d} = \frac{\pi - \cos^{-1}\zeta}{\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}} = 0{,}416.$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n} = 0{,}5s.$$

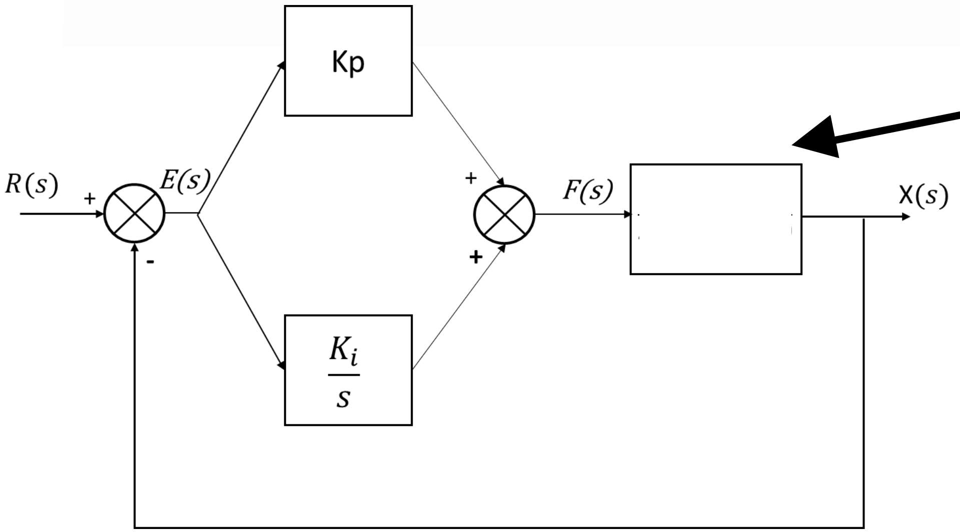
Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

$$G_{ref}(s) = \frac{100}{s^2 + 16s + 100}$$

Referans verilen transfer fonksiyonu

PI kontrolör için $G_c(s) = \dfrac{K_p s + K_i}{s}$. $\quad G_p(s) = \dfrac{1}{s+1}$



Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

PI kontrollü sistemin transfer fonksiyonunu bulalım:

$$G(s) = \frac{\frac{K_p s + K_i}{s.(s+1)}}{1 + \frac{K_p s + K_i}{s(s+1)}} = \frac{K_p s + K_i}{s^2 + (K_p + 1)s + K_i}$$

Verilen sönüm oranı ve doğal frekans değerlerinin sağlanması için:

$$1 + Kp = 16 \ \rightarrow Kp = 15$$

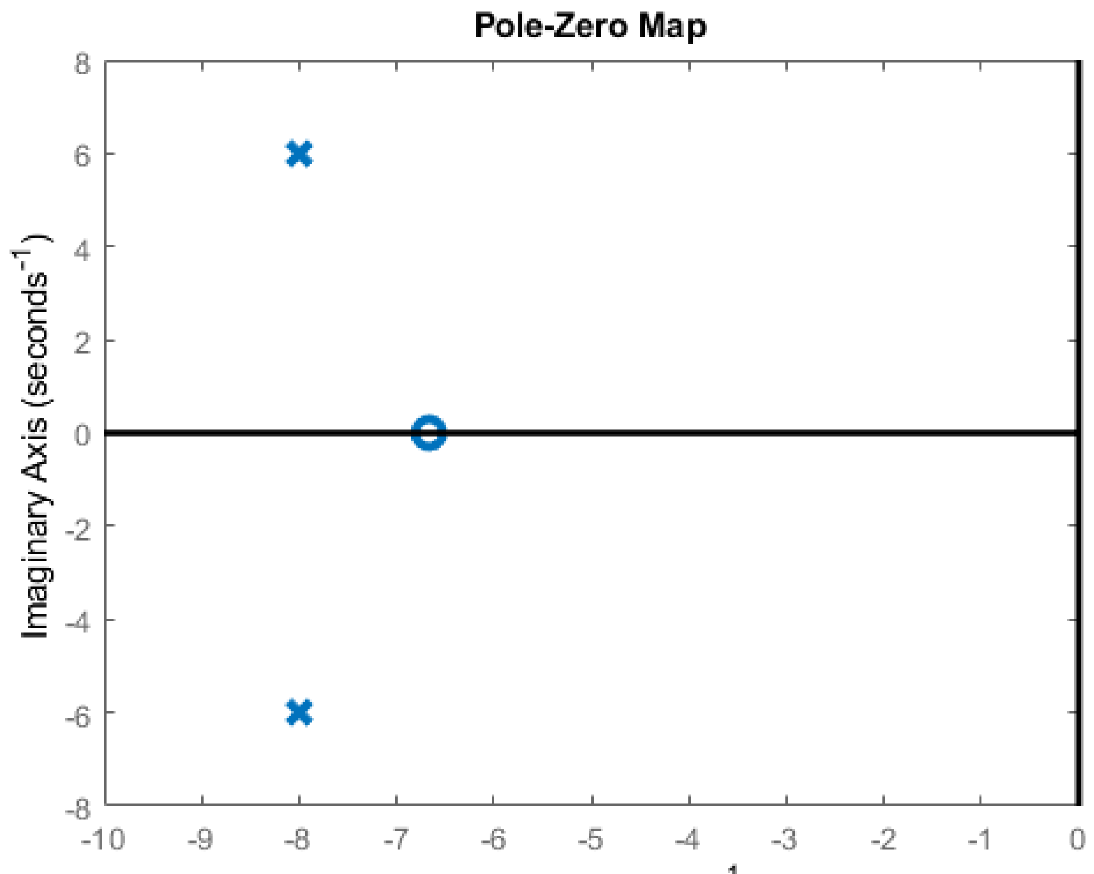
$$Ki = 100$$

Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

PI kontrollü sistemin transfer fonksiyonunu bulalım:

$$G(s) = \frac{15s+100}{s^2+16s+100} = \frac{15.(s+6{,}67)}{s^2+16s+100}$$



PI Kontrolör Örneği

PI kontrollü sistemin transfer fonksiyonunu bulalım:

$$G(s) = \frac{15s+100}{s^2+16s+100} = \frac{15.(s+6{,}67)}{s^2+16s+100}$$

```
clc;clear;close all;
s = tf('s');
Ref_Kontrolor= 100/(s^2 + 16*s + 100)
PI_Kontrolor = (15*s+100)/(s^2 + 16*s + 100)
P_Kontrolor=1/(s+2)
step(P_Kontrolor);
hold on;
step(PI_Kontrolor);
step(Ref_Kontrolor)
```

PI Kontrolör Örneği

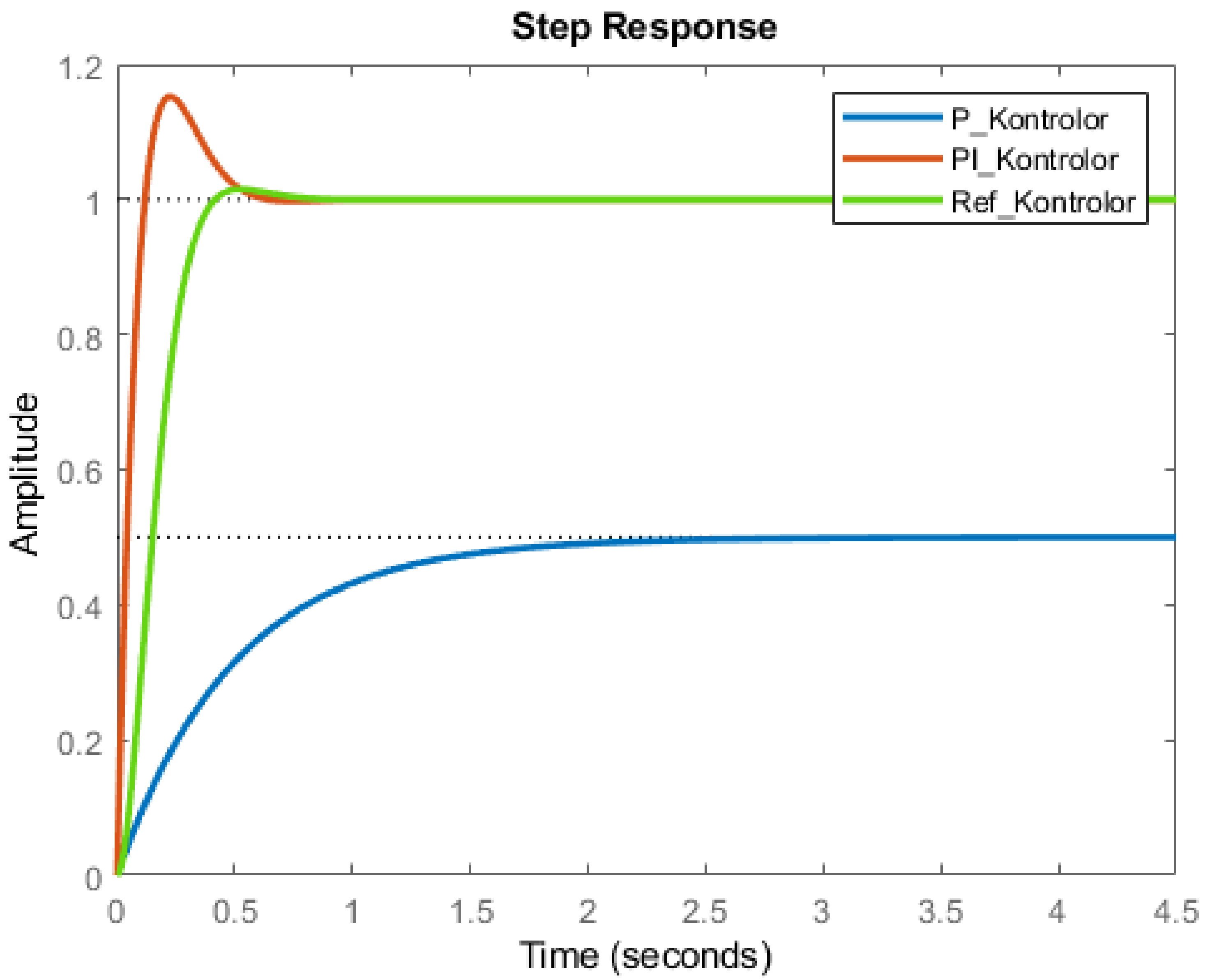
PI kontrollü sistemin transfer fonksiyonunu bulalım:

$$G(s) = \frac{15s+100}{s^2+16s+100} = \frac{15.(s+6{,}67)}{s^2+16s+100}$$

```
>> damp(PI_Kontrolor)
```

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-8.00 + 6i	8.00e-01	1.00e+01	1.25e-01
-8.00 - 6i	8.00e-01	1.00e+01	1.25e-01

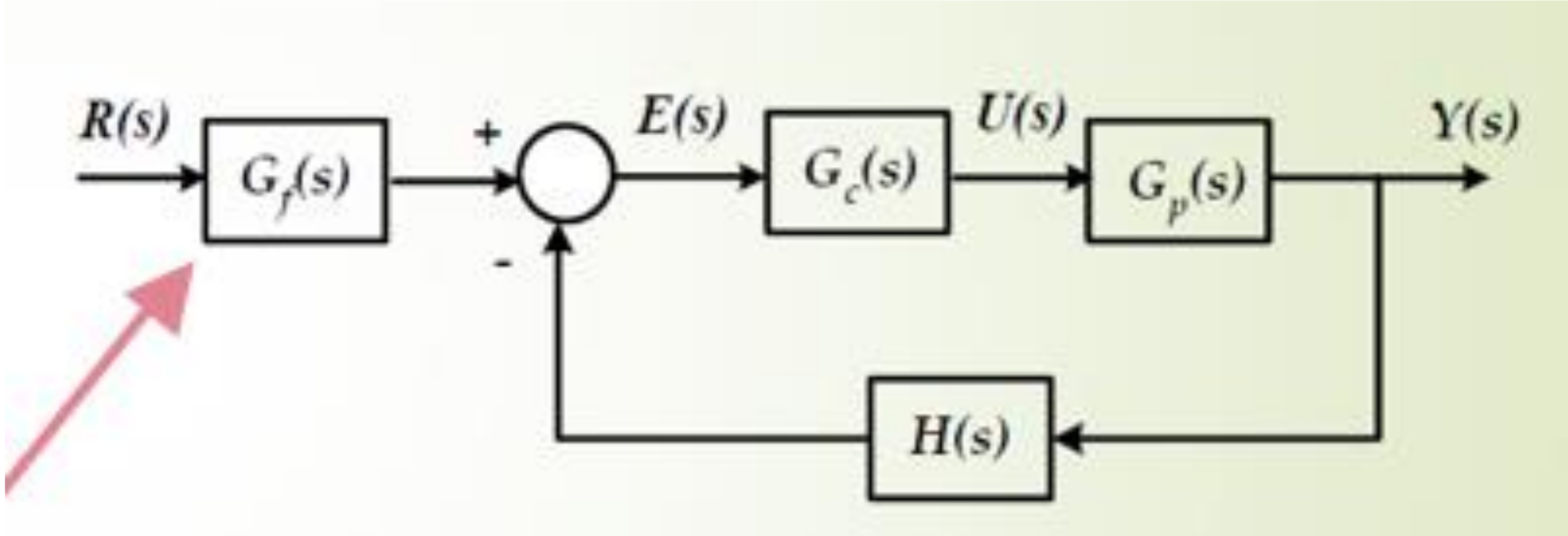
PI Kontrolör Örneği



PI Kontrolör Örneği

Burada amacın PI kontrollü sistemin referans olarak verilen sistem gibi davranmak olmasına rağmen, tasarlanan kontrolör ile daha hızlı bir yanıt alınmış ancak aşma miktarı artmıştır. Bu sorunların genel olarak nedeni kontrol talebini karşılayan kutupların baskın durumda olmaması ya da kutuplara yakın başka sıfır veya kutupların bulunmasıdır.

Kontrolör ile sistemin kutupları istenen noktaya getirilmiştir ancak bu kutupları etkileyen z=-6.67'deki sıfır nedeniyle aşmada artış olmuştur. Bu durumun çözümü için sisteme seri bağlı ikinci bir ileri beslemeli kontrol kullanmaktır.



Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.

PI Kontrolör Örneği

Prof. Dr. Galip CANSEVER Ders notlarından alınmıştır.