



BULANIK MANTIK ile KONTROL

Ders-2





BULANIK MANTIK ÇIKARSAMA SİSTEMİ

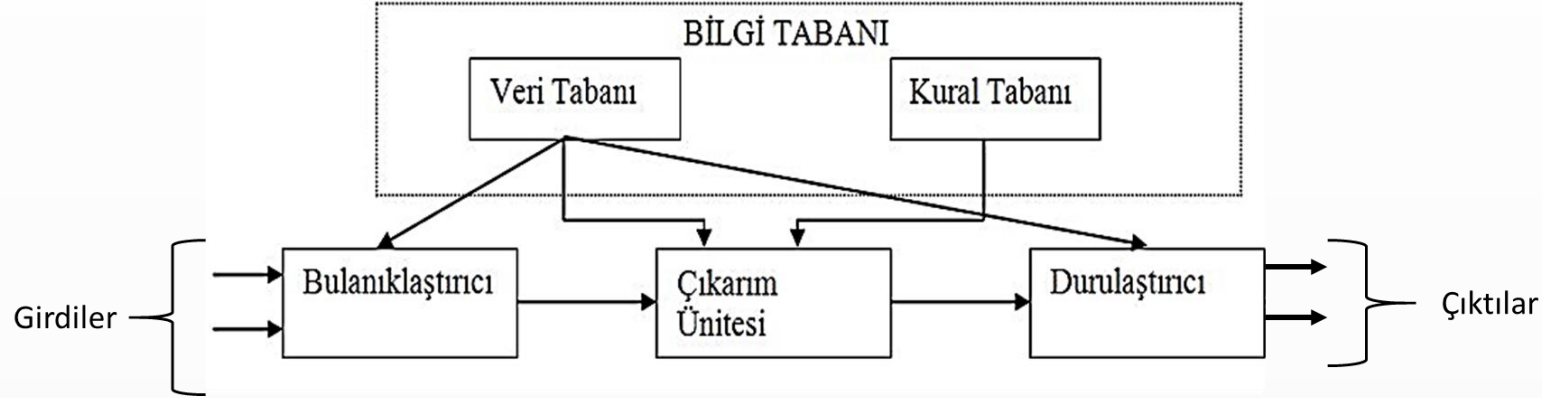
Bir bulanık mantık sistemi tasarımında bilinmesi gereken temel faktörler şunlardır:

- Gerçek giriş - çıkışlar ve **bunların evrensel kümeleri, yani her bir değişkenin alması muhtemel değerler aralığı.**
- Giriş ve çıkış değişkenlerinin ölçekleme faktörleri.
- Her bir giriş ve çıkış değişkenleri için bulanık değerlerin kurulmasında kullanılacak bulanık üyelik fonksiyonları
- Üyelik fonksiyonlarının sınır değerleri
- Bulanık kurallar tabanı





BULANIK MANTIK ÇIKARSAMA SİSTEMİ



Bir bulanık mantık denetleyicisi dört ayrı kısımdan oluşmaktadır:

Bulanıklaştırıcı

- Bu bölüm giriş değişkenlerini (gerçek değerleri) ölçer, onlar üzerinde bir ölçek değişikliği yapar ve bulanık kümelere dönüştürür. Yani onlara birer etiket vererek dilsel bir nitelik kazandırır.

Bilgi Tabanı

- Bulanık çıkarımda kullanılan dilsel EĞER-İSE kural tabanından ve üyelik fonksiyonları ve bu fonksiyonların sınır değerlerini barındıran verilerden oluşur.

Çıkarım Ünitesi

- Bulanık çıkarımda kurallar üzerinde bulanık mantık yürütülür ve bulanık kural tabanını kullanarak giriş ve çıkış uzayı arasında bir bağlantı kurar.

Durulaştırıcı

- Çıkarım ünitesinin bulanık küme çıkışı üzerinde gerekli ölçek değişikliklerini yapar ve bunları gerçek sayılara dönüştürür.



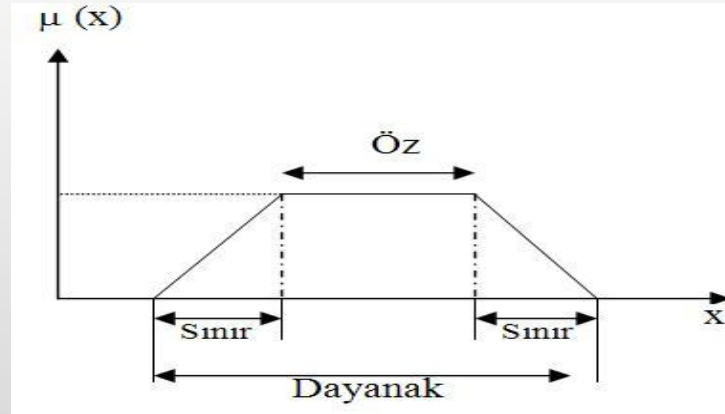
Üyelik Fonksiyonları

Bulanık kümeler üyelik fonksiyonları ile ifade edilir. Bu üyelik fonksiyonları her bir girdinin bir bulanık kümedeki kısmi üyelik değerinin (derecesinin) hesaplanmasında kullanılır. Bu üyelik derecesi 0'dan 1'e kadar olabilmekte, yani tam üyelikten üye olmamaya kadar değişmektedir. Üyelik fonksiyonu dilsel terimlerle ve dilsel etiketlerle ifade edilir.

Bulanık mantık uygulamalarının çoğunda standart üyelik fonksiyon tipleri kullanılmaktadır. Doğrusal olmayan sistemlerde en çok kullanılan üyelik fonksiyonu tipleri üçgen (triangular), yamuk (trapezoidal) ve Gauss ve Gauss çan eğrisi (Gauss bell-shaped)' dir.

Üyelik Fonksiyonları

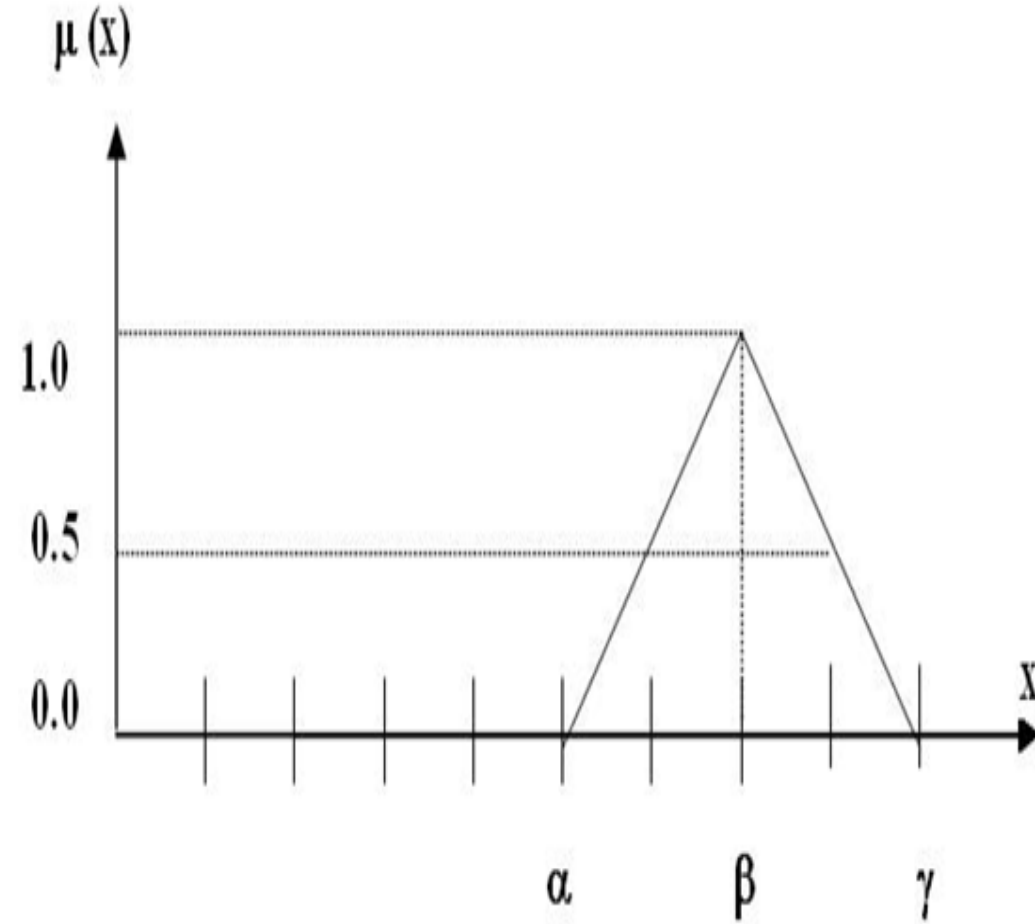
- Üyelik dereceleri 1' e eşit olan öğelerin toplandığı alt küme kısmına, o alt kümenin özü (core) denir. Burada $\mu(x)=1$ 'dir.
- Bunun aksine bir kümenin tüm öğelerini içeren aralığa o kümenin dayanağı (support) adı verilir. Dayanakta bulunan her öğenin az veya çok değerinde (0 ile 1 arasında) üyelik dereceleri vardır.
- Bunun matematiksel ifadesi $0 < \mu(x) < 1$ şeklindedir.
- Üyelik dereceleri 1' e veya 0' a eşit olmayan öğelerin oluşturduğu kısımlara üyelik fonksiyonunun sınırları (boundary) bölgeleri denir. Genel olarak, tüm üyelik fonksiyonlarında biri sağda diğer de solda olmak üzere iki tane geçiş bölgesi vardır.





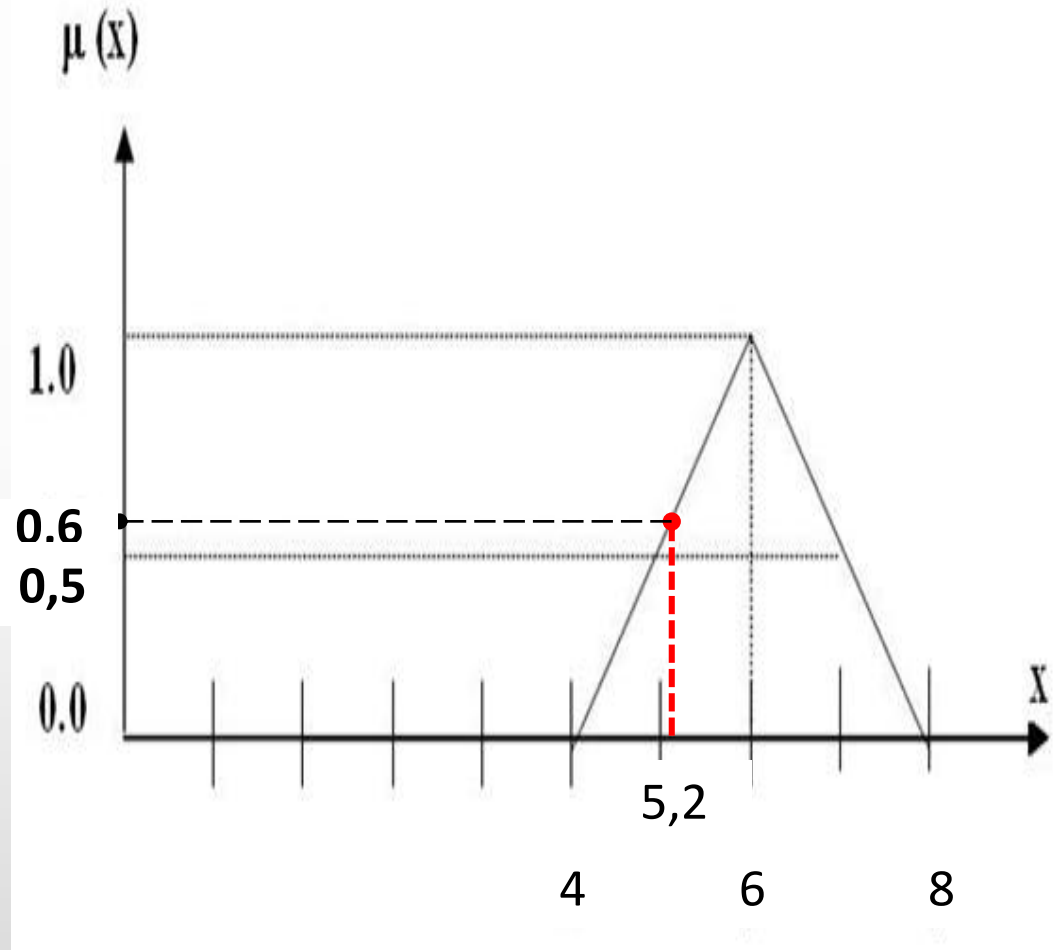
Üçgen Tipi Üyelik Fonksiyonu

$$\Lambda(x, \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0, & x < \alpha \\ \frac{(x - \alpha)}{(\beta - \alpha)}, & \alpha \leq x \leq \beta \\ \frac{(\gamma - x)}{(\gamma - \beta)}, & \beta \leq x \leq \gamma \\ 0, & x > \gamma \end{cases}$$





Üçgen Tipi Üyelik Fonksiyonu



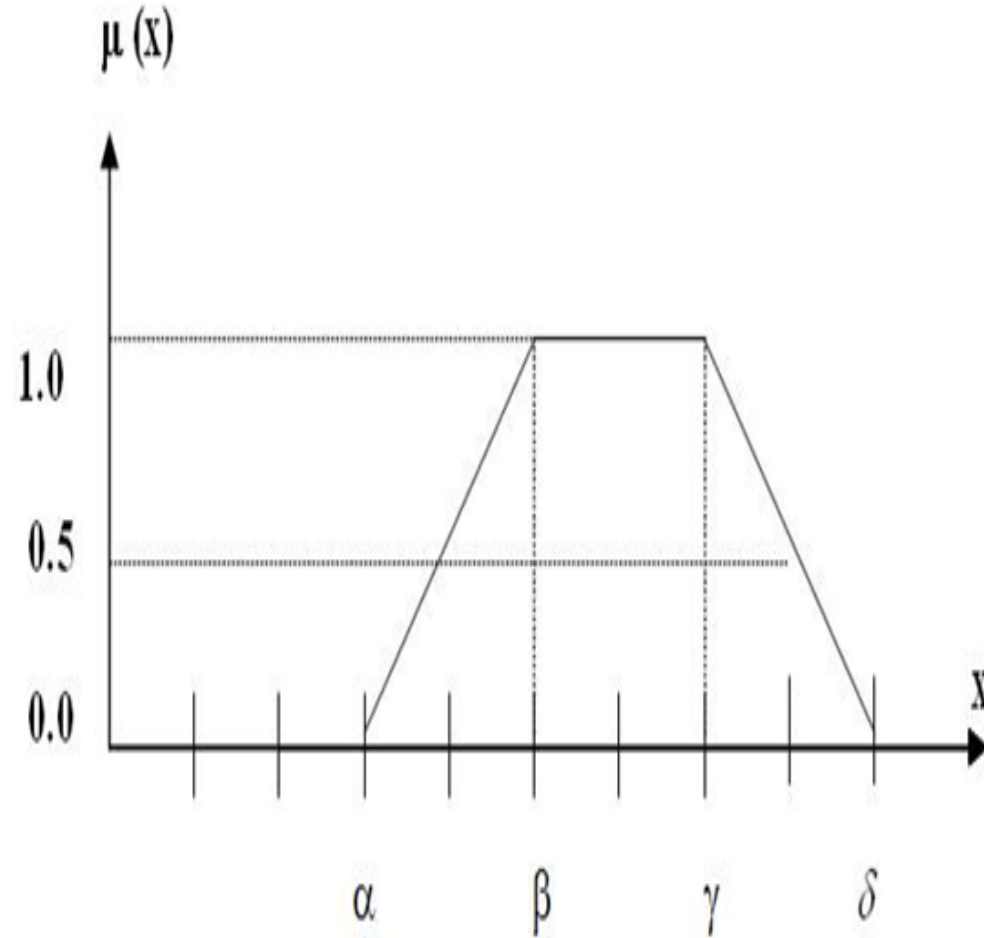
$$\mu(5,2) = \frac{5,2 - 4}{6 - 4}$$

$$\mu(5,2) = 0,6$$

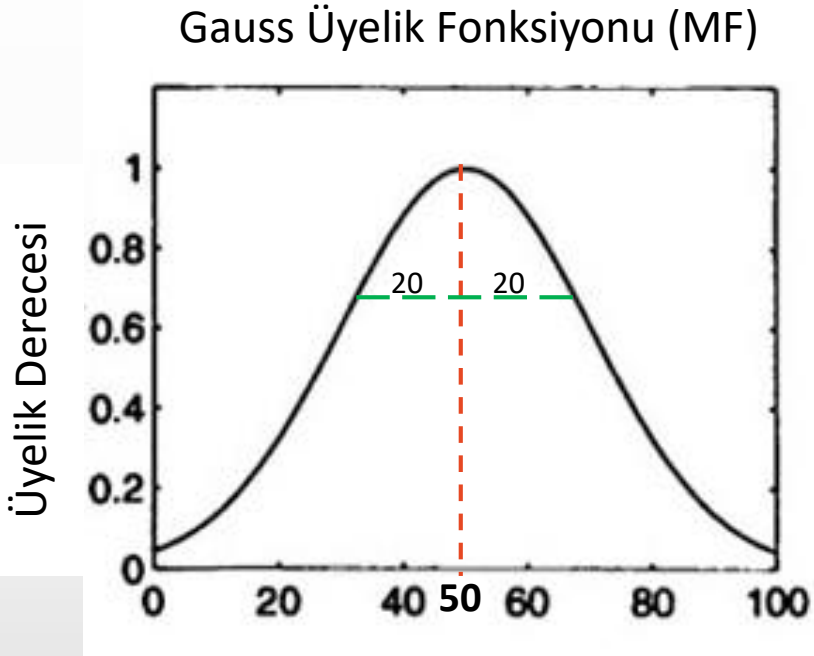


Yamuk (Trapezoidal) Üyelik Fonksiyonu

$$\mu(x; \alpha, \beta, \gamma, \delta) = \begin{cases} 0, & x < \alpha \\ \frac{(x - \alpha)}{(\beta - \alpha)}, & \alpha \leq x \leq \beta, \\ 1, & \beta \leq x \leq \gamma \\ \frac{(\delta - x)}{(\delta - \gamma)}, & \gamma \leq x \leq \delta \\ 0, & x > \delta \end{cases}$$



Gauss (Gaussian) Üyelik Fonksiyonu



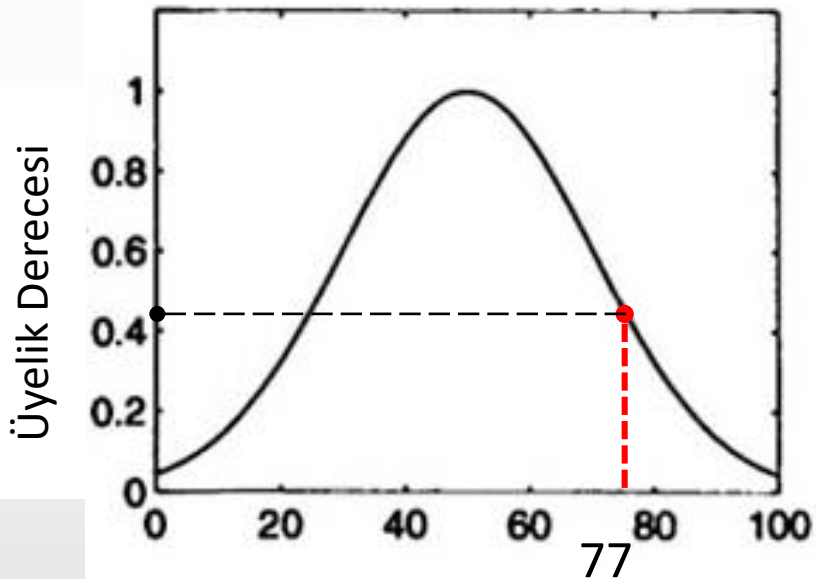
$$\text{gaussian}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2}$$

c: Ortalama değer
 σ : Standart sapma

Gaussian (x; 50, 20)

Gauss (Gaussian) Üyelik Fonksiyonu

Gauss Üyelik Fonksiyonu (MF)



c: 50
σ: 20

$$\mu(77) = e^{-0,5 * \left(\frac{77-50}{20}\right)^2}$$

$$\mu(77) = e^{-0,5 * 1,8225}$$

$$\mu(77) = 0,402$$

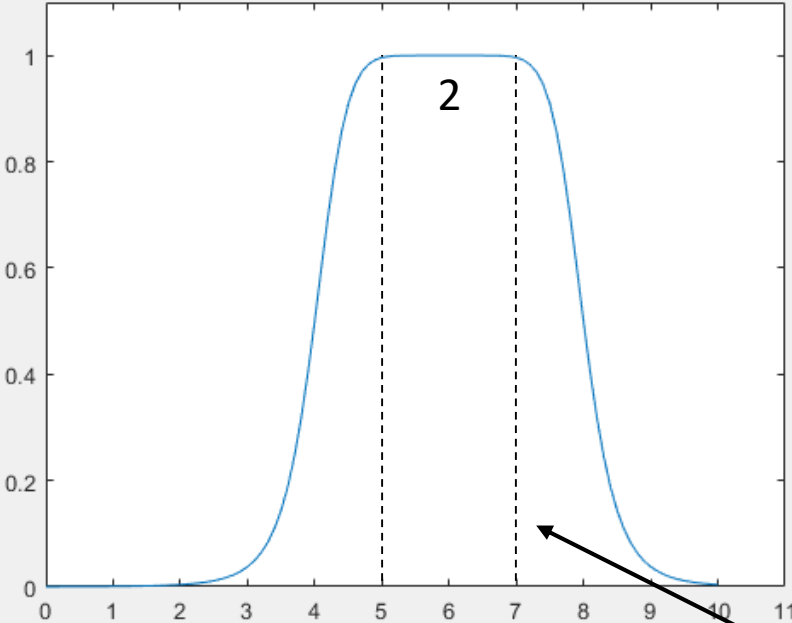
$$\text{gaussian}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$

Gauss Bell Shaped Üyelik Fonksiyonu

Genelleştirilmiş Bell Üyelik
Fonksiyonu (MF)

$$\text{bell}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}}$$

Üyelik Derecesi



a, üyelik fonksiyonunun genişliğini tanımlar.

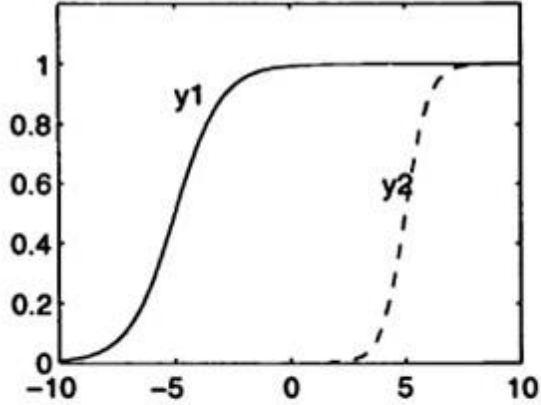
b, merkez platonun her iki yanındaki eğrinin şeklini tanımlar; b parametresi, fonksiyonun şeklini değiştirir. b = 1 olduğunda, fonksiyon standart bir Gauss fonksiyonuna dönüşür. b > 1 olduğunda, fonksiyonun tepesi daha keskinleşir ve kuyrukları daha hızlı düşer.

c, üyelik fonksiyonunun merkezini tanımlar.

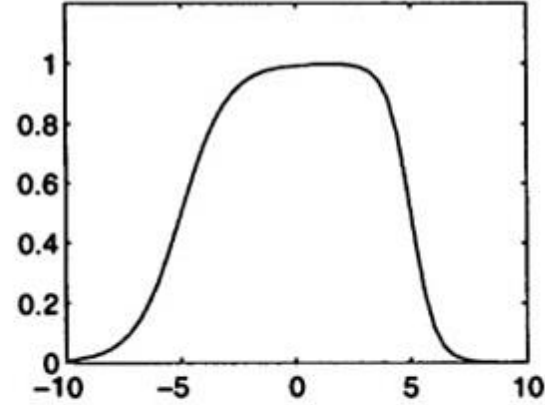
bell (x; 2, 4, 6)

Sigmoid Üyelik Fonksiyonu

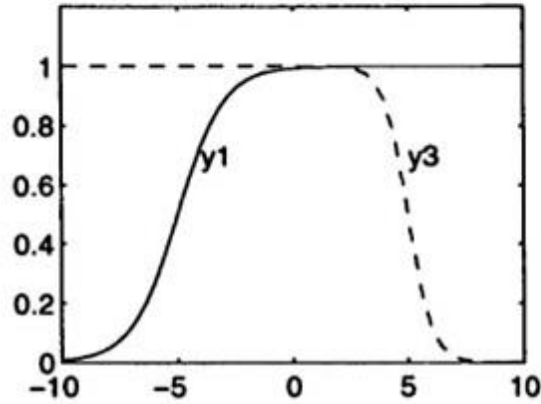
(a) $y_1 = \text{sig}(x; 1, -5)$; $y_2 = \text{sig}(x; 2, 5)$



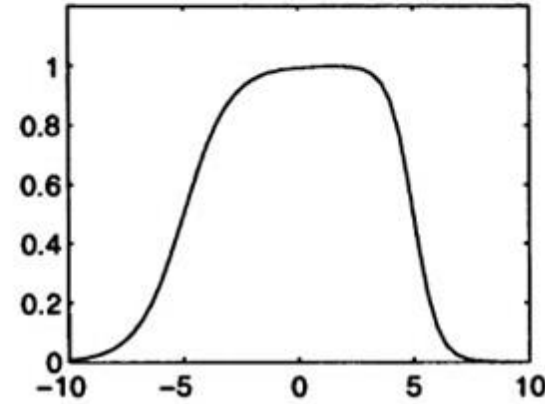
(b) $|y_1 - y_2|$



(c) $y_1 = \text{sig}(x; 1, -5)$; $y_3 = \text{sig}(x; -2, 5)$

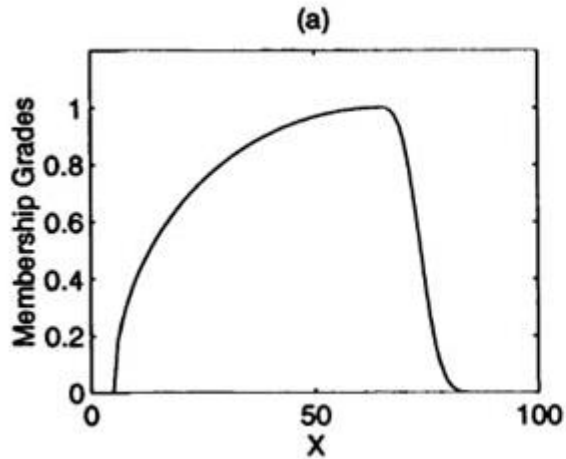


(d) $y_1 \cdot y_3$

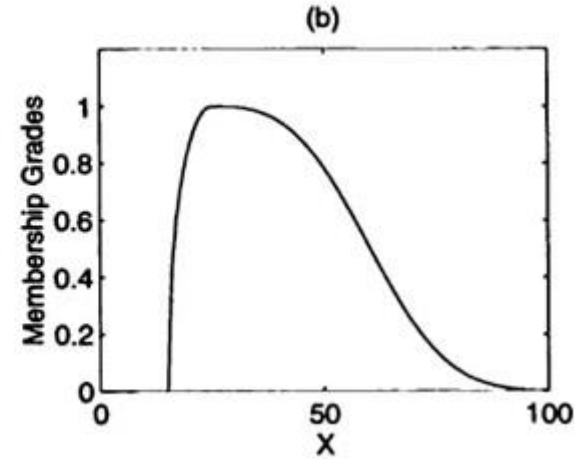


$$\text{sig}(x; a, c) = \frac{1}{1 + \exp[-a(x - c)]}$$

Left-Right MF (L-R MF) Üyelik Fonksiyonu



$LR(x; 65, 60, 10)$



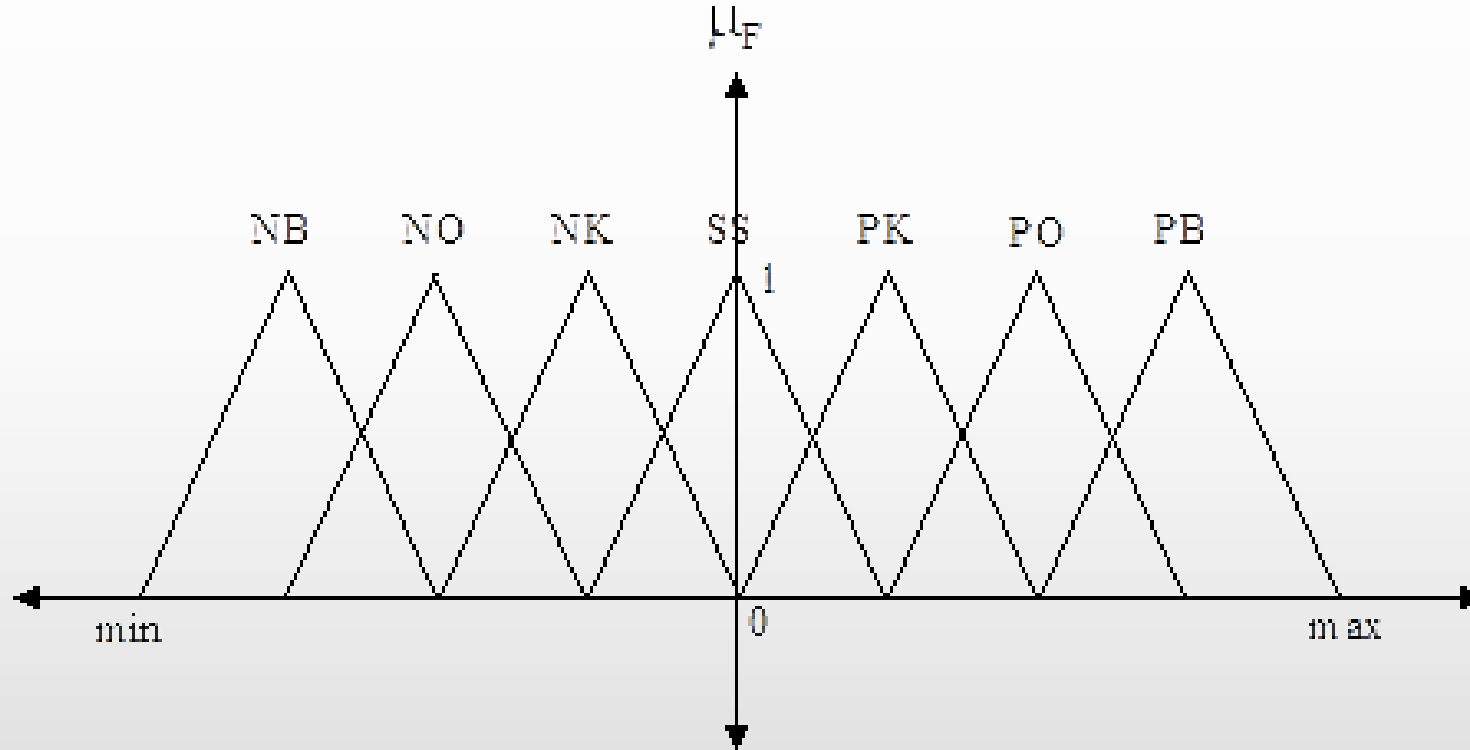
$LR(x; 25, 10, 40)$

$$LR(x; c, \alpha, \beta) = \begin{cases} F_L \left(\frac{c-x}{\alpha} \right), & x \leq c. \\ F_R \left(\frac{x-c}{\beta} \right), & x \geq c, \end{cases}$$



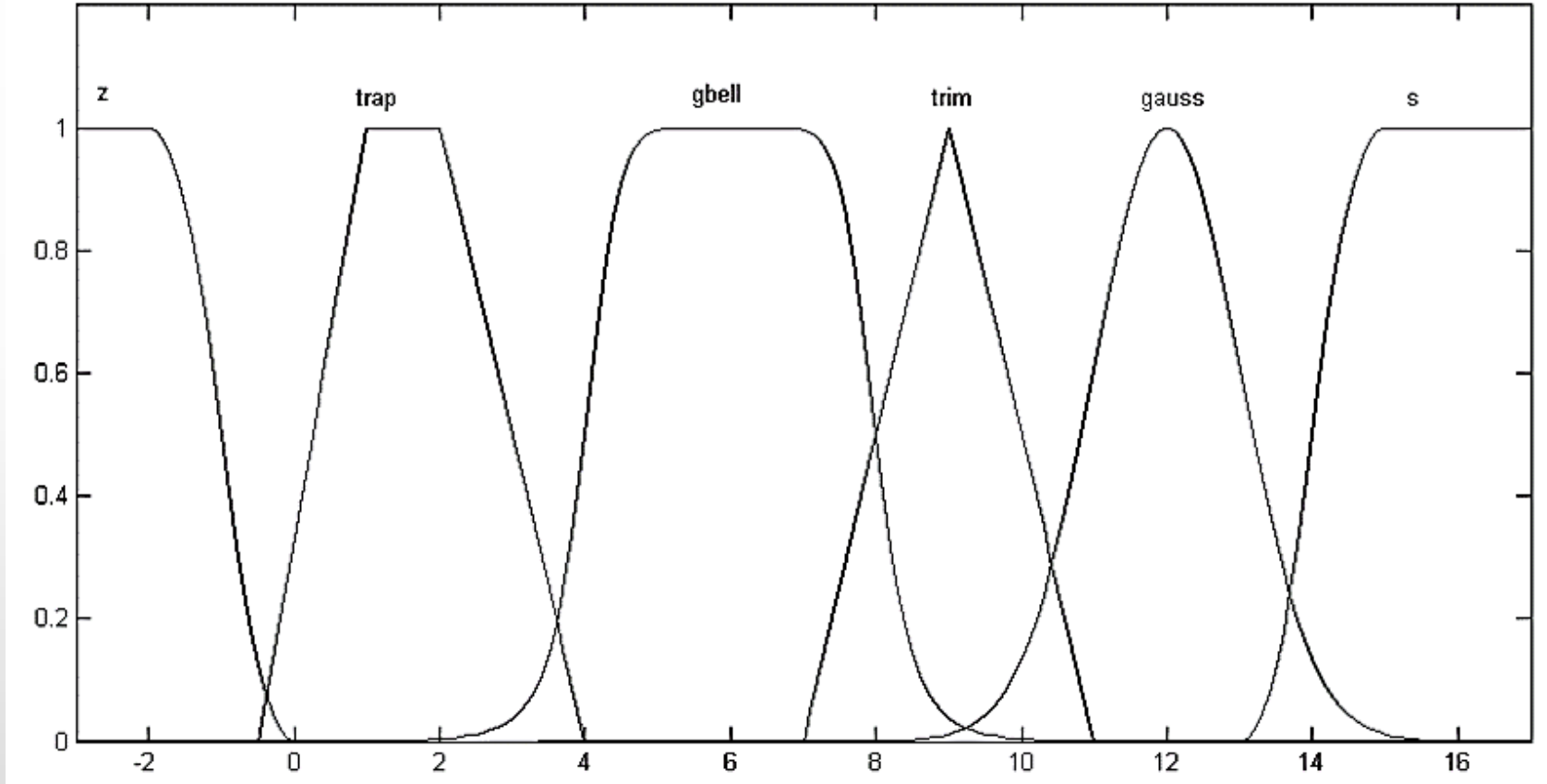
ÜYELİK FONKSİYONLARI

STANDART ÜYELİK FONKSİYONU ETİKETLERİ





ÜYELİK FONKSİYONLARI





Örnek:

Otomotiv Hız Denetleyicisi Tasarlayalım.

Üç giriş olsun:

hız (5 Üyelik Fonk.), İvme (3 Üyelik Fonk), Hedefe olan uzaklık (3 Üyelik Fonk)

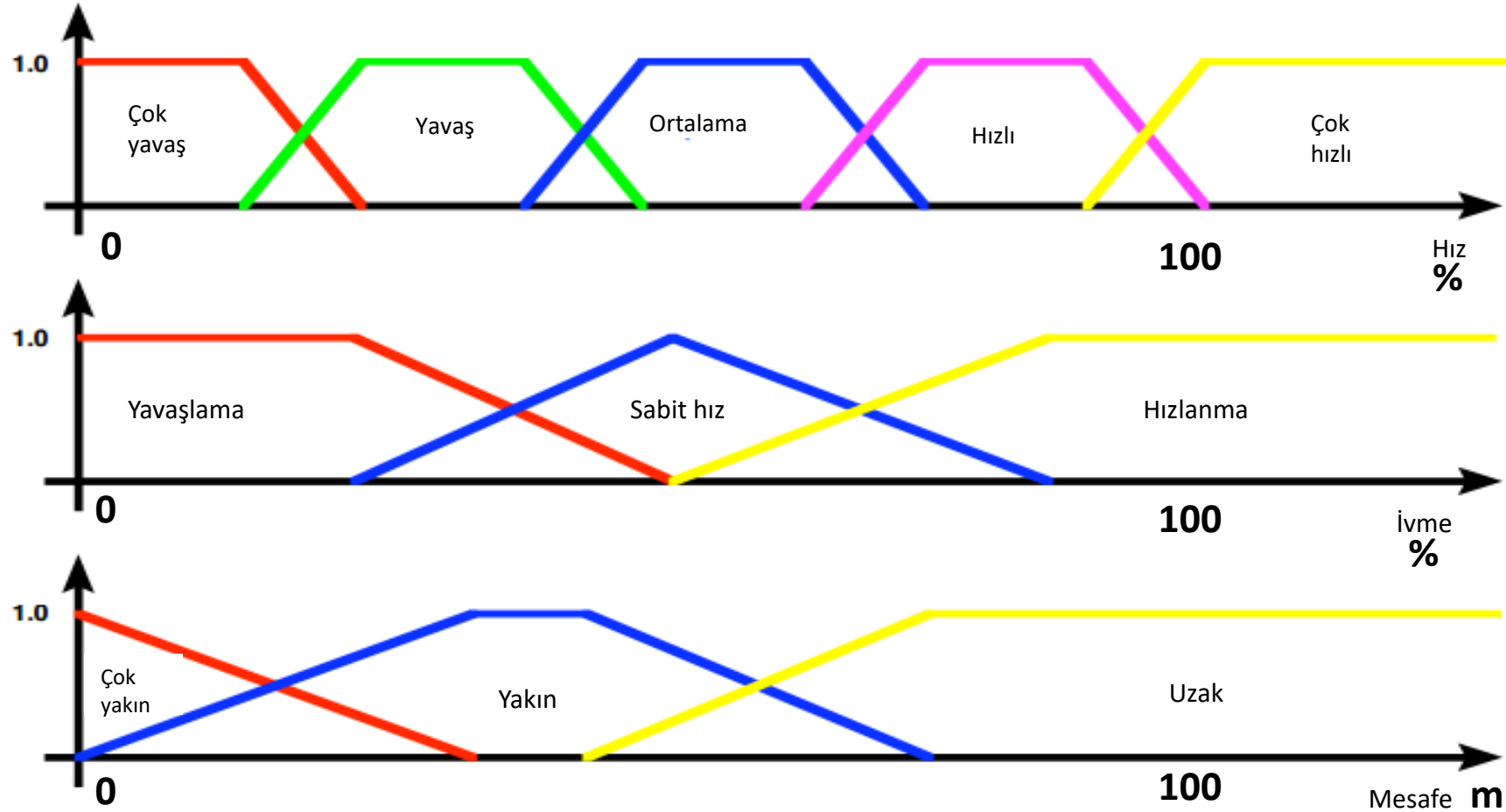
Bir çıkış olsun:

Güç (Yakıt Akışı)





Girdiler





KURALLARDAN BAZILARI

EĞER hız **ÇOK YAVAŞ** ve ivme yavaşlıyor **İSE** gücü **ÇOK ARTTIR**

EĞER hız **YAVAŞ** ve ivme **YAVAŞLIYOR İSE** gücü **AZ ARTTIR**

EĞER mesafe **YAKIN İSE** gücü **AZ AZALT**

...

...

Bir kerede 1, 2 veya 3'lük girişlerin tüm kombinasyonları için toplam 95 farklı kural olabilir.

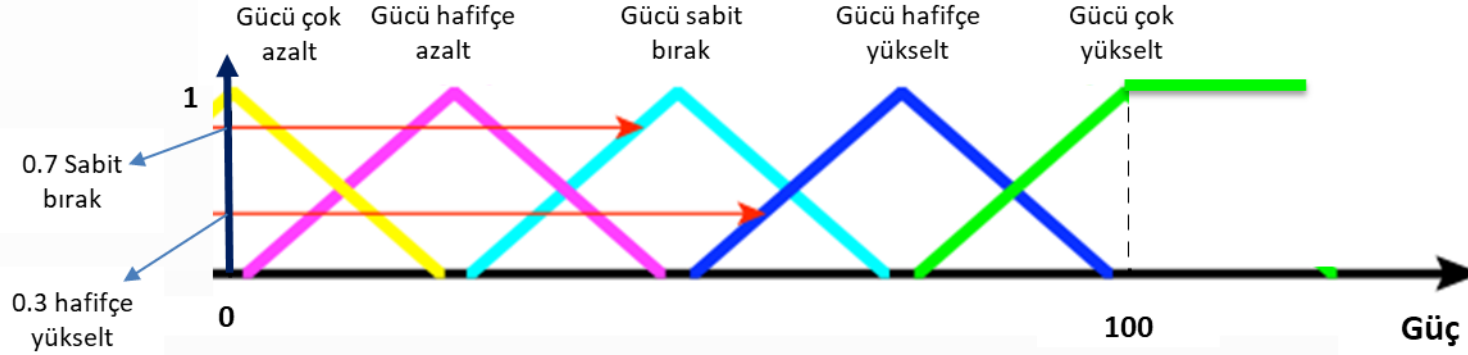
($5 \times 3 \times 3 + 5 \times 3 + 5 \times 3 + 3 \times 3 + 5 + 3 + 3$)



Uygulamada, bir sistem bütün kuralları gerektirmez.

Sistem, kurallar ekleyerek veya değiştirerek ve sınır değerlerini değiştirerek düzenlenebilir.

Çıktı



Çıktıların Belirlenmesi.

Bir çıktı bulanık kümesindeki üyelik derecesi artık bulanık eylemleri temsil etmektedir.

Bulanık işlemler, bir sistem çıktısı oluşturmak için birleştirilir



Adımlar:

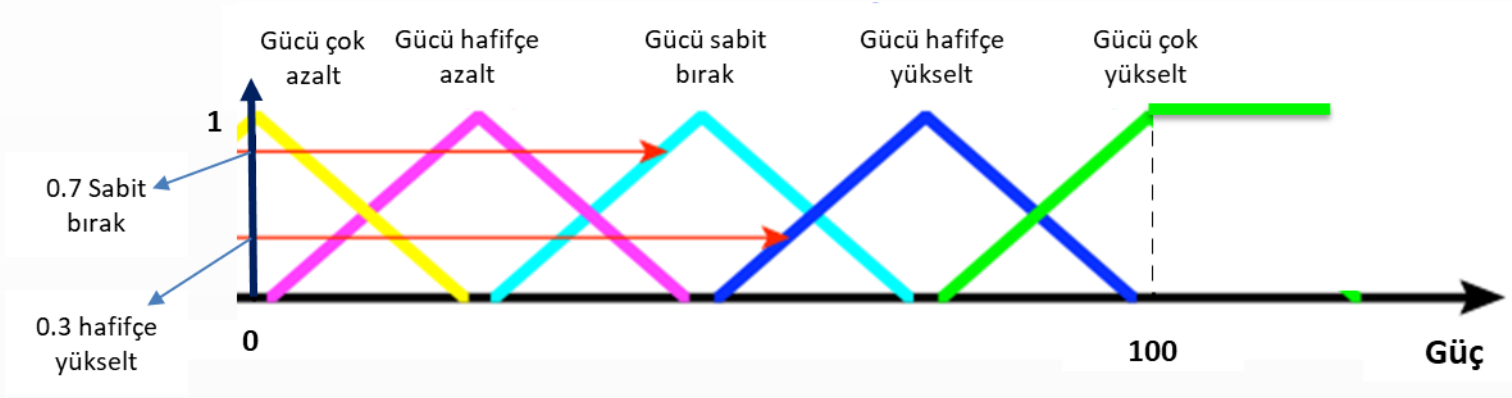
Bulanıklaştırma: Bir girdinin karşılık geldiği kümelerdeki üyeliğini belirler. Girdiler bulanıklaşır.

Kural tabanı: Çıktıları girdilere ve kurallara göre belirler.

Çıkarsama: Bulanık girdiler ve kuralları kullanarak bulanık çıktılar oluşturur.

Durulaştırma: Tüm bulanık çıkışları tek bir bulanık çıkışa dönüştürür ve ardından bulanık çıkışı kesin bir çıkış değerine dönüştürür.

Bulanık Çıkarım Yöntemleri



Çıkarsama işlemlerinde; yukarıdaki grafikte işaretlenen örn: (**0,7 sabit bırak ve 0,3 hafifçe yükselt**) gibi bulanık çıkış değerlerinden nasıl kesin (crisp) bir motor güç çıkış değeri elde edebileceğimiz anlatılacaktır.



Bulanık Çıkarım Yöntemleri

Bulanık çıkarım için aşağıda belirtilen iki metotdan biri kullanılır.

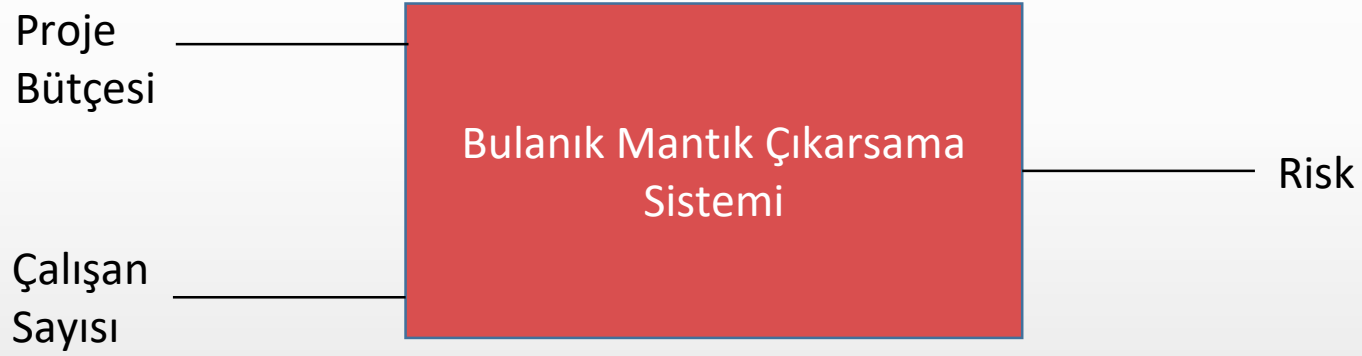
- **Mamdani çıkarsaması**
- **Sugeno çıkarsaması**



Bulanık Çıkarım Yöntemleri

UYGULAMA ÖRNEĞİ:

RİSK HESAPLAMA



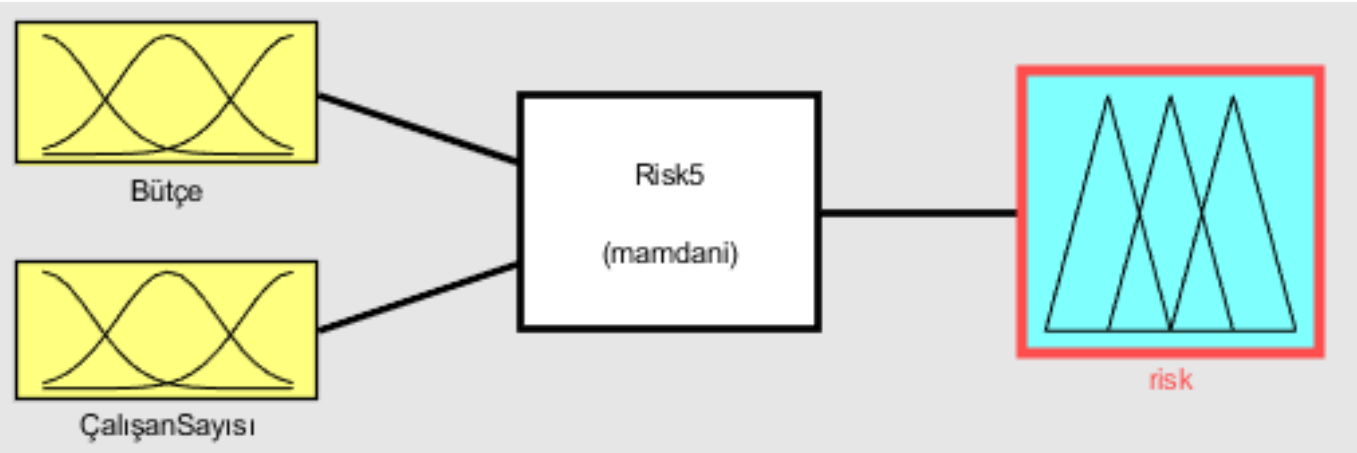


Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

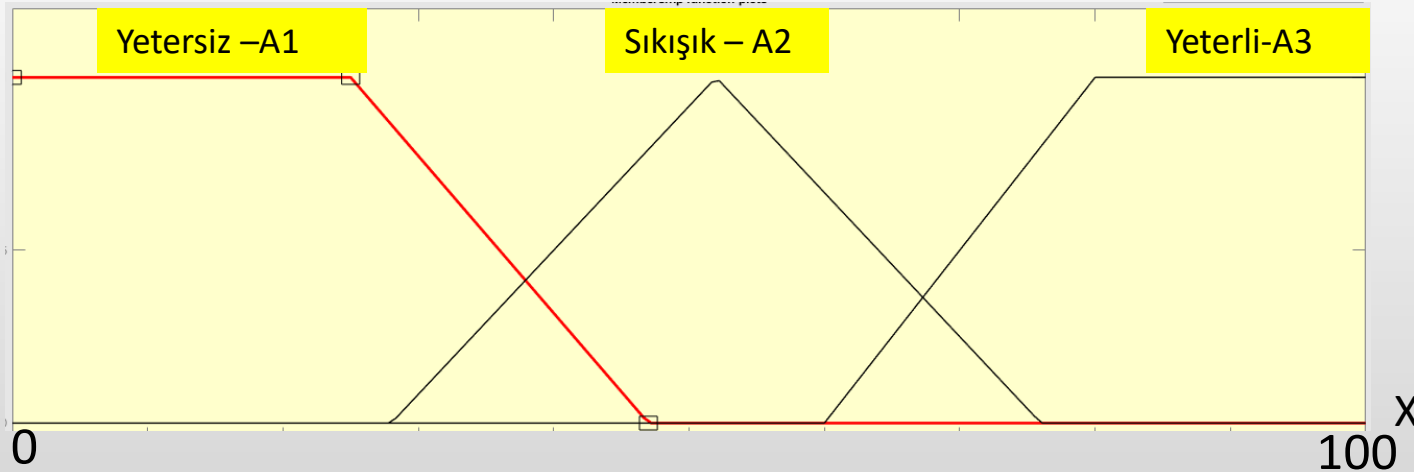
Kullanılan bulanık değişkenler

- **x,y** ve **z** (proje bütçesi, çalışan sayısı ve risk)
- **Proje bütçesi** bulanık kümesi X değişkenini 3 adet üyelik fonksiyonu ile temsil ediyor.
A1, A2 ve **A3**: (yetersiz, sıkışık ve yeterli)
- **Çalışan sayısı** bulanık kümesi Y değişkenini 2 adet üyelik fonksiyonu ile temsil ediyor.
B1 ve **B2**: (az ve fazla)
- **Risk** bulanık kümesi Z değişkenini 3 adet üyelik fonksiyonu ile temsil ediyor.
C1, C2 ve **C3**: (düşük, normal ve yüksek)

Mamdani çıkarılması (örnek problem)



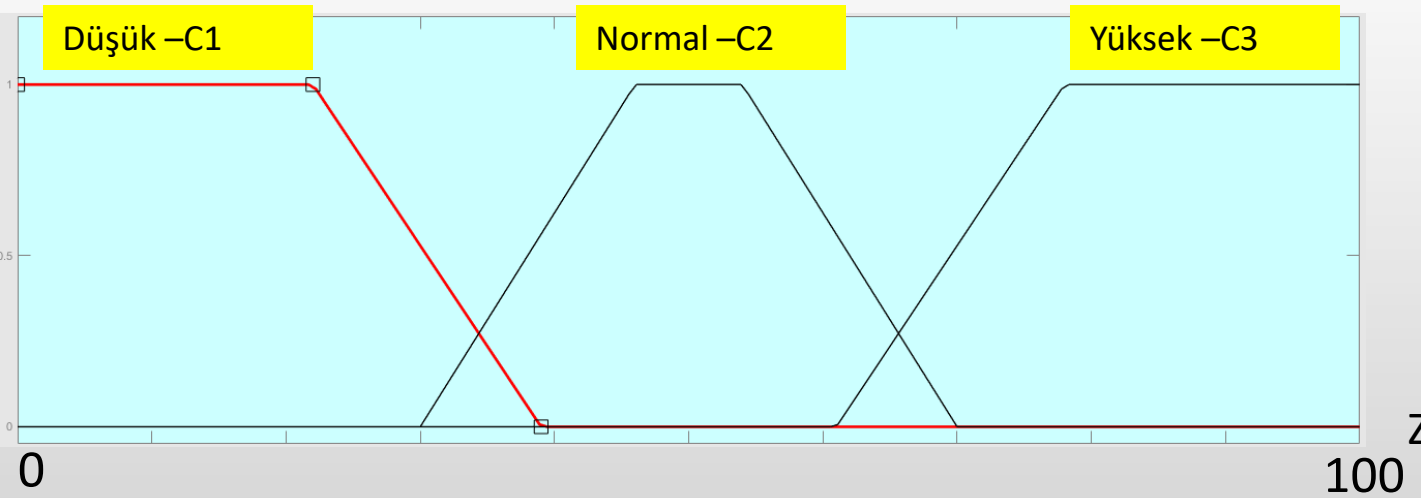
TÜM SİSTEM



PROJE BÜTÇESİ



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)





Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

- Kural 1:

- IF $x = A3$ OR $y = B1$ THEN $z = C1$
EĞER proje bütçesi yeterli **VEYA** çalışan sayısı az **İSE** risk düşük

- Kural 2:

- IF $x = A2$ AND $y = B2$ THEN $z = C2$
EĞER proje bütçesi sıkışık **VE** çalışan sayısı fazla **İSE** risk normal

- Kural 3:

- IF $x = A1$ THEN $z = C3$
EĞER proje bütçesi yetersiz **İSE** THEN risk yüksek



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

- X, Y ve Z bulanık kümelerinde üyelik fonksiyonlarının tanımlanması gerekir.
- Bu iş için genelde konunun uzmanlarından bilgi alınır ve bir model oluşturulur.
- Üçgen, gaussian, vs. üyelik fonksiyonları ve bunların aralıkları, büyüklükleri bu aşamada tespit edilmelidir.



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Bu örnekte; belirli bir bütçe oranı ve belirli bir çalışan sayısı değerine karşılık projenin riski tahmin edilecektir.

Bu örnekte; uzmanların tavsiyesine göre X, Y ve Z değişkenlerinin evrensel kümeleri 0 ile 100 arası değerlerden oluşuyor.

• **Tahminleri** yapılacak kesin değerler:

$x_1=35$ (proje bütçesi %35 seviyesinde) ve

$y_1=60$ (çalışan sayısı %60 seviyesinde)

seçilmiştir.



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

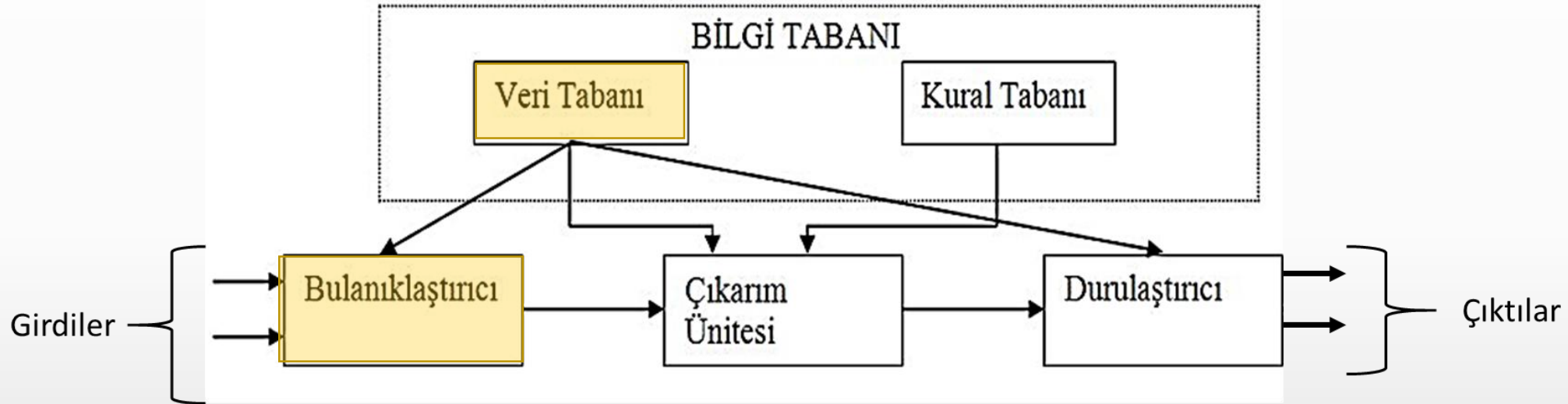
YANI;

Proje bütçesi %35 seviyesinde ise ve Çalışan sayısı %60 seviyesinde ise

RISK

Yüzde kaçtır?

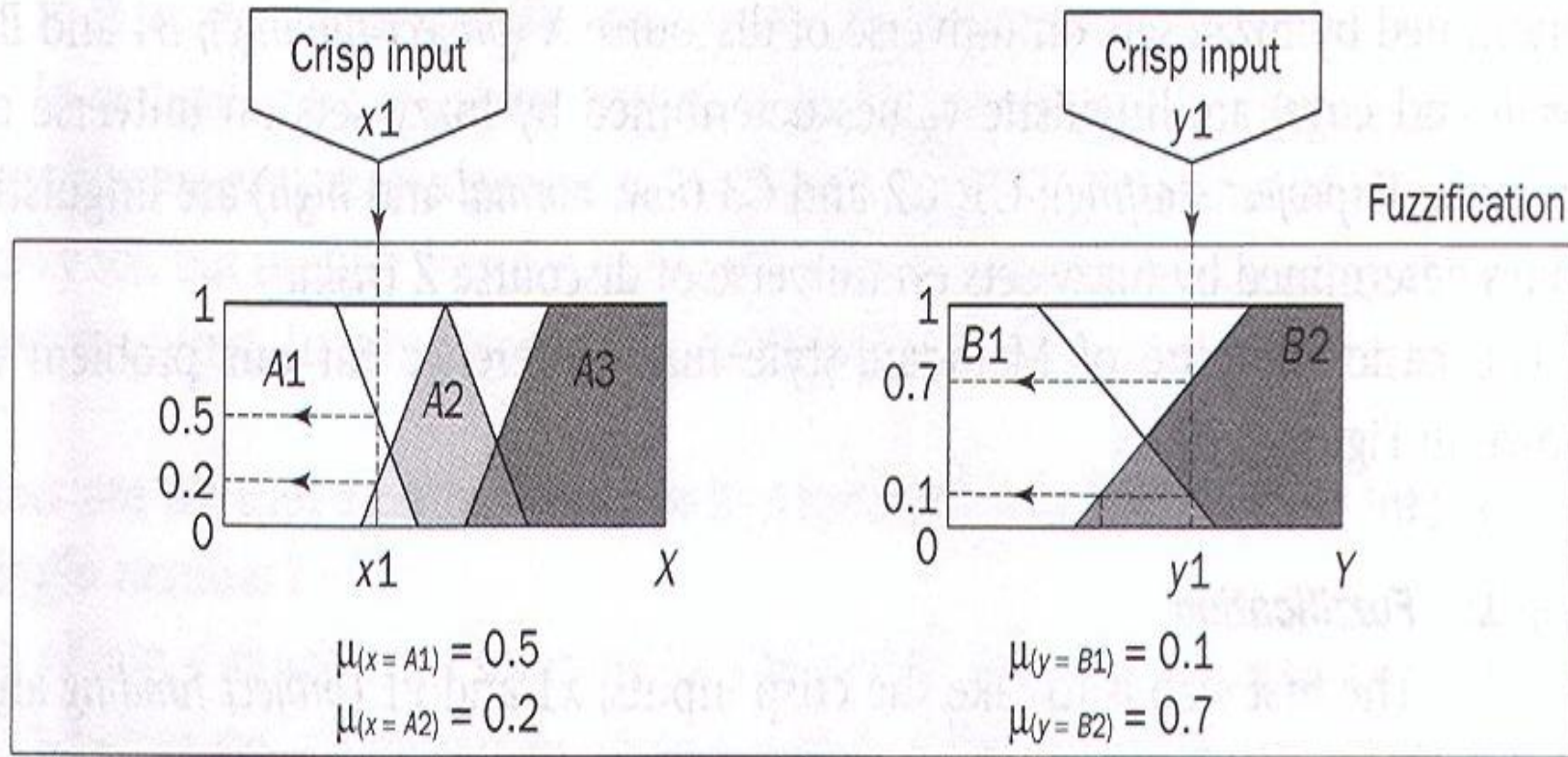
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)



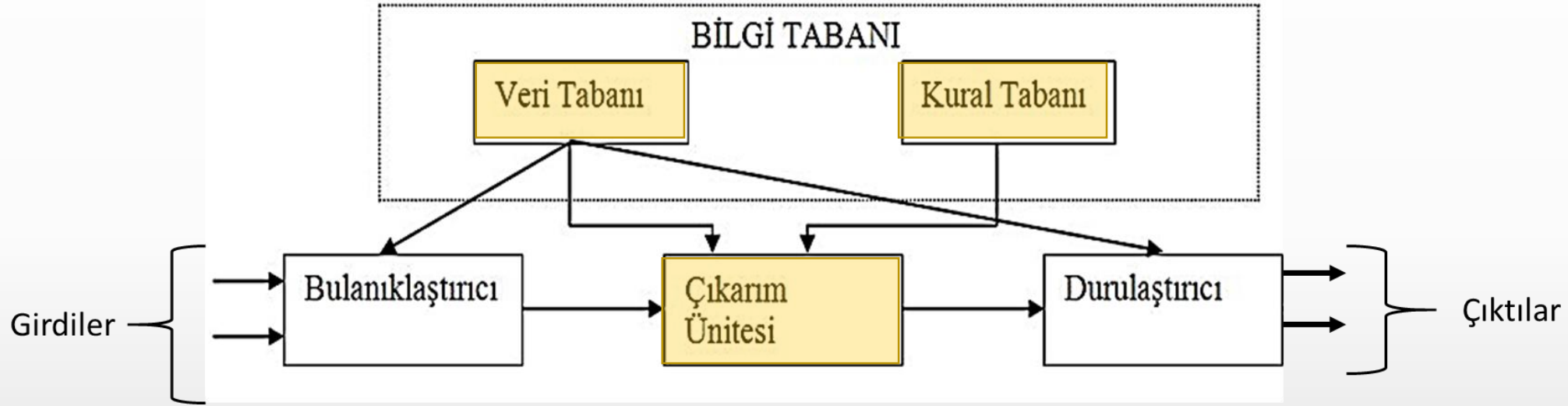
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Girdi değerlerinin bulanıklaştırılması

- Bu girilen katı x_1 (35%) ve y_1 (60%) değerlerini aşağıdaki şekilde bulanıklaştırabiliriz.



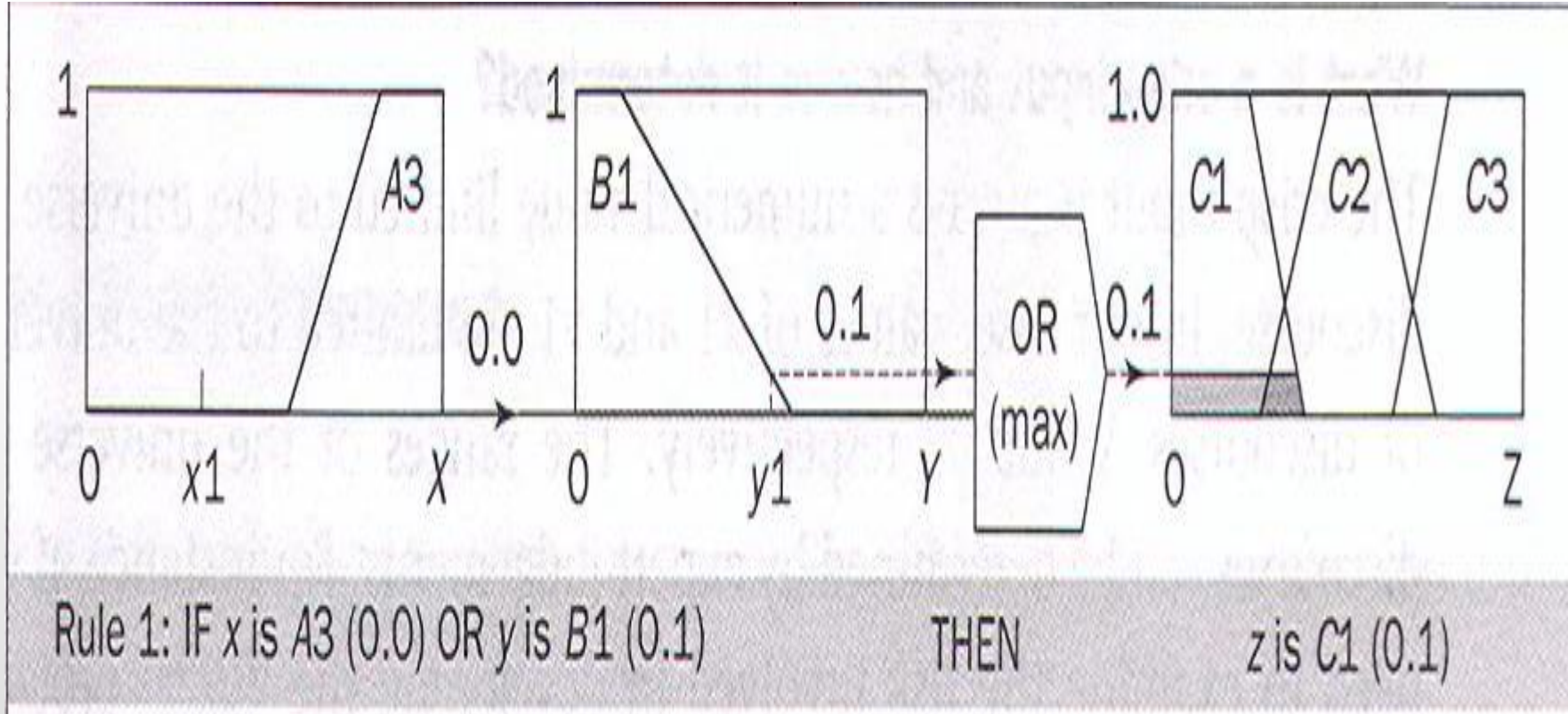
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Çıkarsama adımları :

- Kural 1 uygulandığında ortaya çıkan z değeri aşağıdaki şekildedir.



IF $x = A3$ OR $y = B1$ THEN $z = C1$

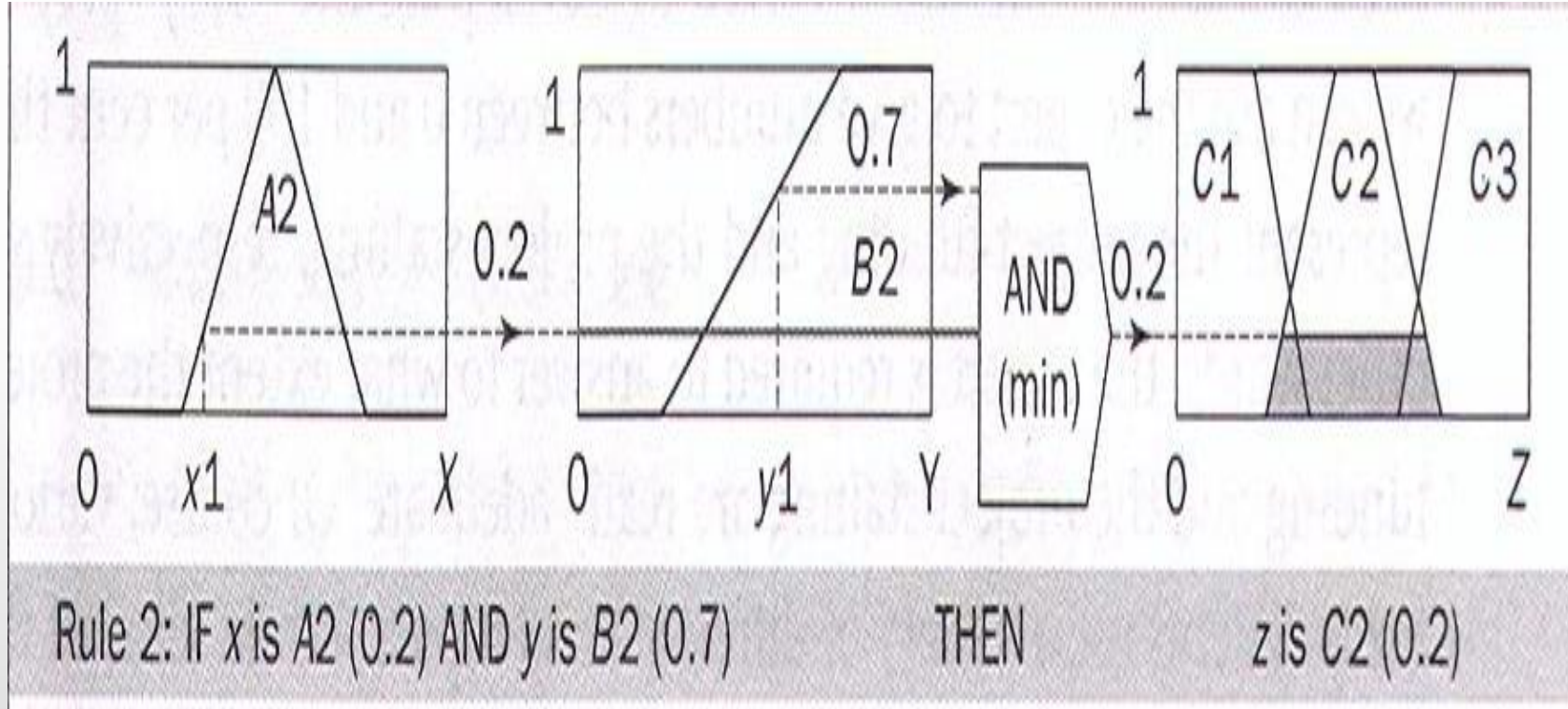
IF proje bütçesi yeterli OR çalışan sayısı az ise THEN risk düşük



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Çıkarsama adımları

Kural 2 uygulandığında ortaya çıkan z değeri aşağıdaki şekildedir.



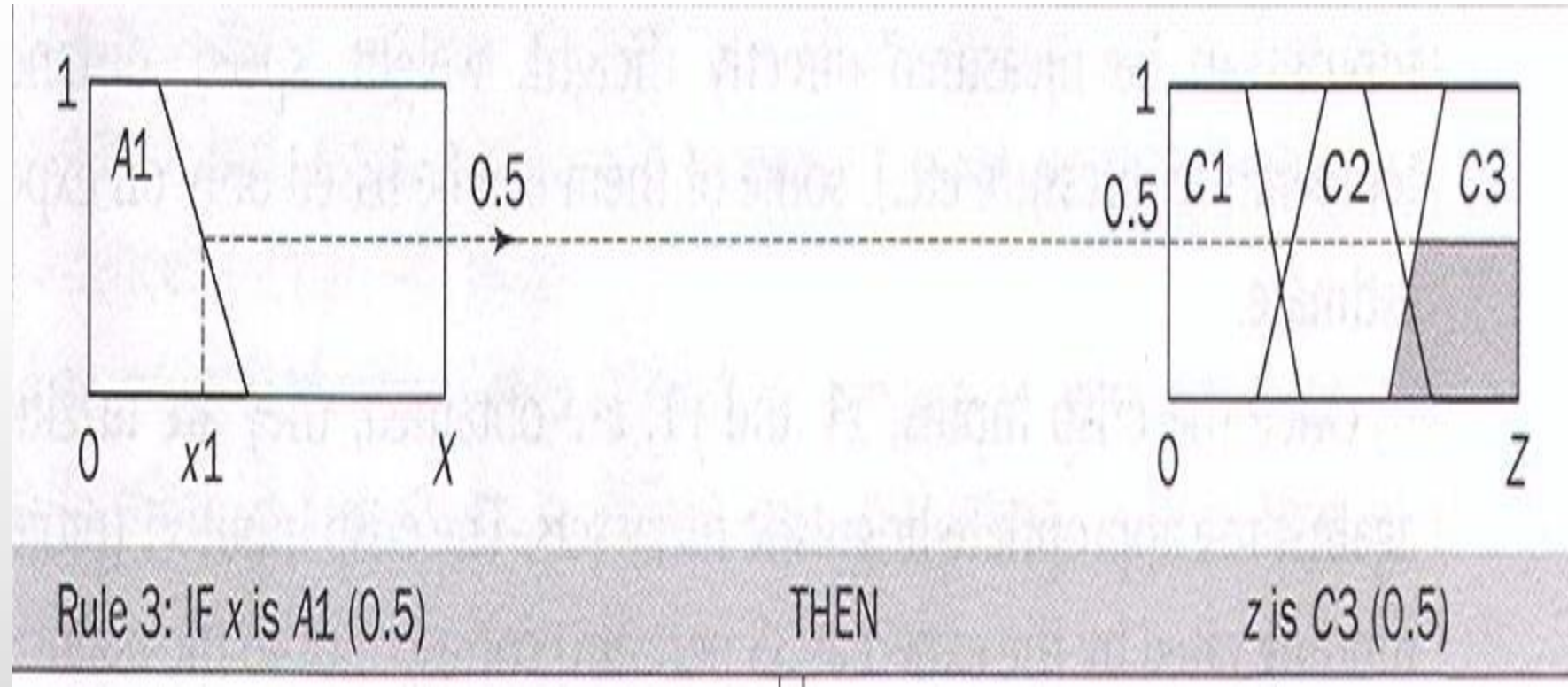
IF proje bütçesi sıkışık AND çalışan sayısı fazla ise THEN risk normal

IF x = A2 AND y = B2 THEN z = C2

Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Çıkarsama adımları:

- Kural 3 uygulandığında ortaya çıkan z değeri aşağıdaki şekildedir.



IF proje bütçesi yetersiz ise THEN risk yüksek



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

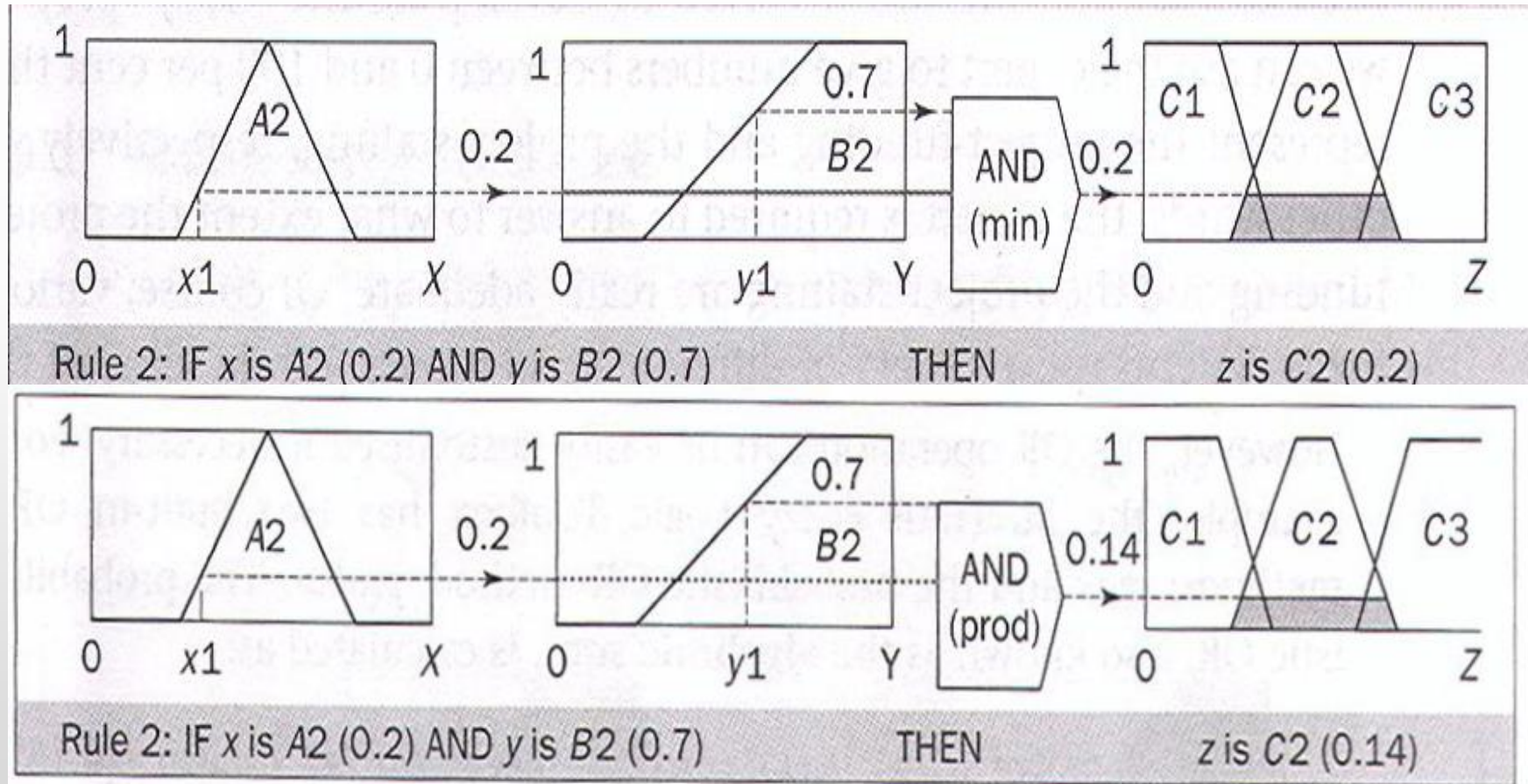
- AND ve OR bulanık kuralları için min ve max'den başka işleçler de kullanılabilir.
- min yerine $\text{prod}()$,
- max yerine $\text{probor}()$ gibi

- $\mu_{A \cup B}(x) = \text{probor}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
 $= [\mu_A(x) + \mu_B(x)] - [\mu_A(x) \times \mu_B(x)]$

- $\mu_{A \cap B}(x) = \text{prod}[\mu_A(x), \mu_B(x)]$
 $= \mu_A(x) \times \mu_B(x)$

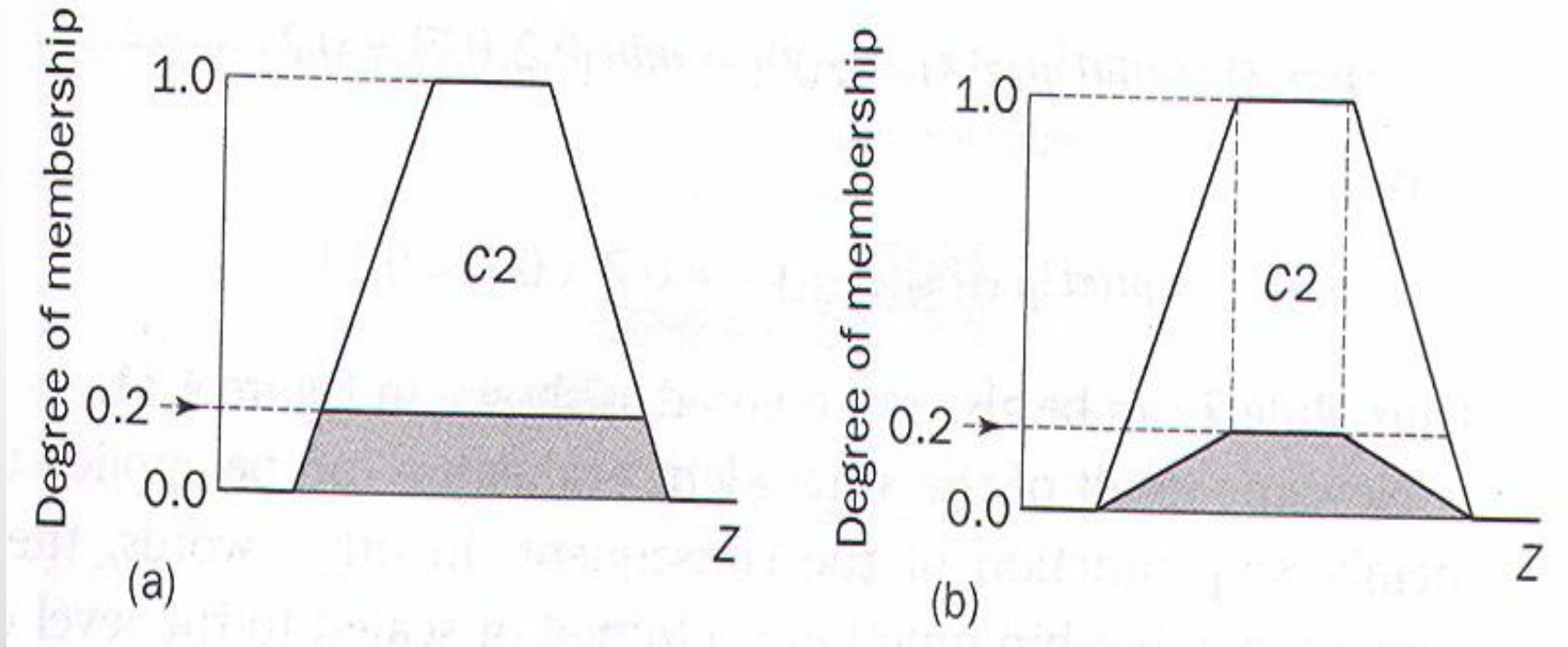
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Değişik işleçler kullanıldığında sonuçlarda farklılıklar oluşabilir.



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

- Implication....
- Çıkan sonuçlar, sonuç kümesinin kesilmiş (clipped) veya ölçeklenmiş (scaled) hali olarak görünürler.



Kesilmiş

Ölçeklenmiş

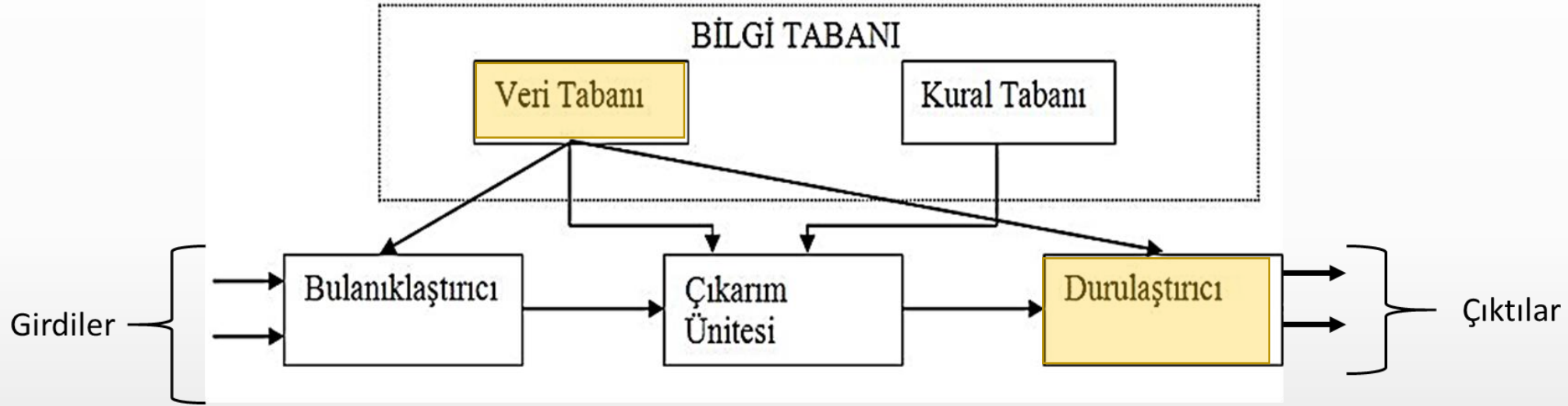


Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

- Kesilmiş hali (clipped) orijinal üyelik fonksiyonunu değiştiren bir yapıya sahiptir, bu şekilde uygulandığında bilgi kaybına sebep olur.
- Ölçeklenmiş hali (scaled) çıkan sonucun orijinal üyelik fonksiyonuna uyarlanmış halidir. Buradaki bilgi kaybı daha azdır ve bulanık mantıkta yaygınca kullanılır.



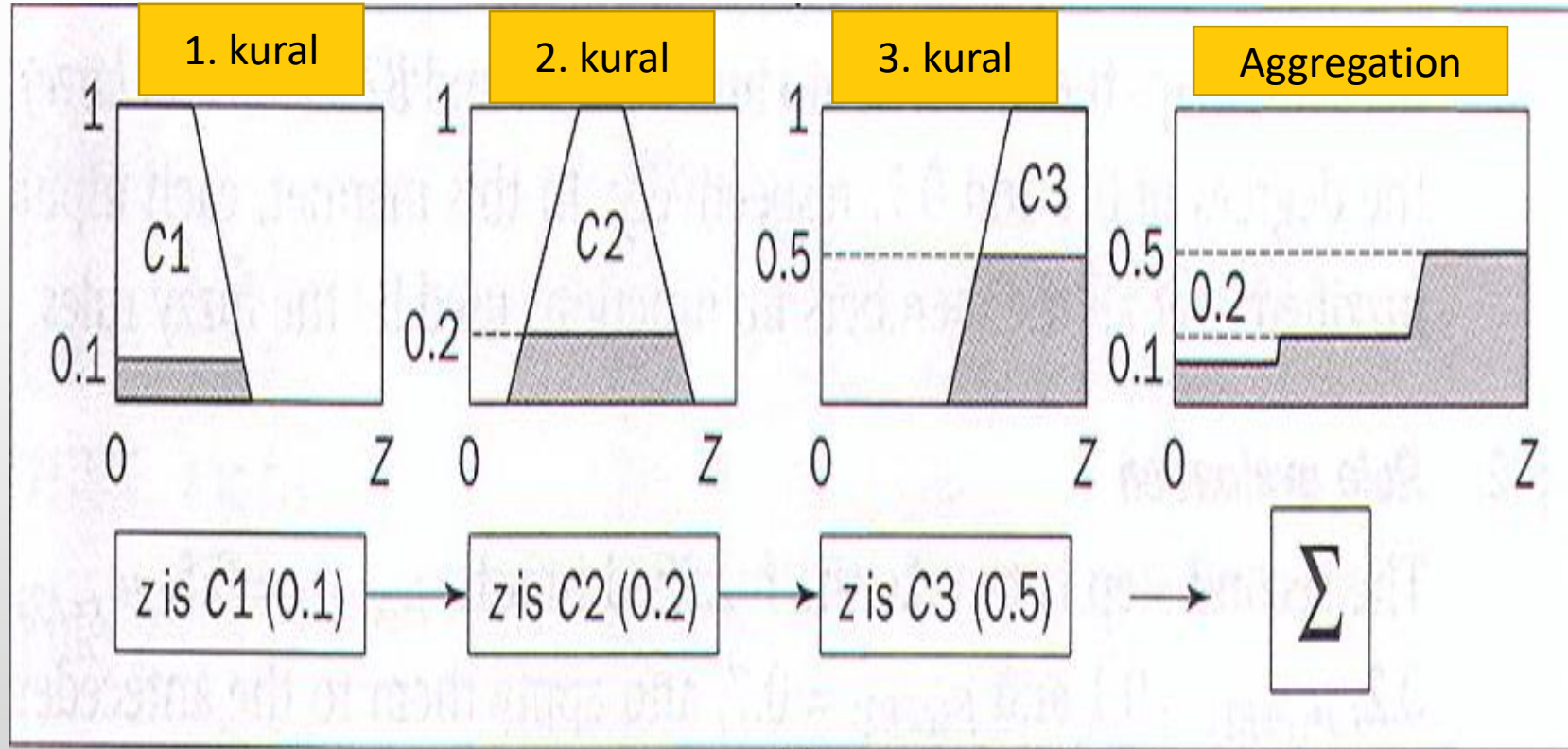
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Durulaştırma

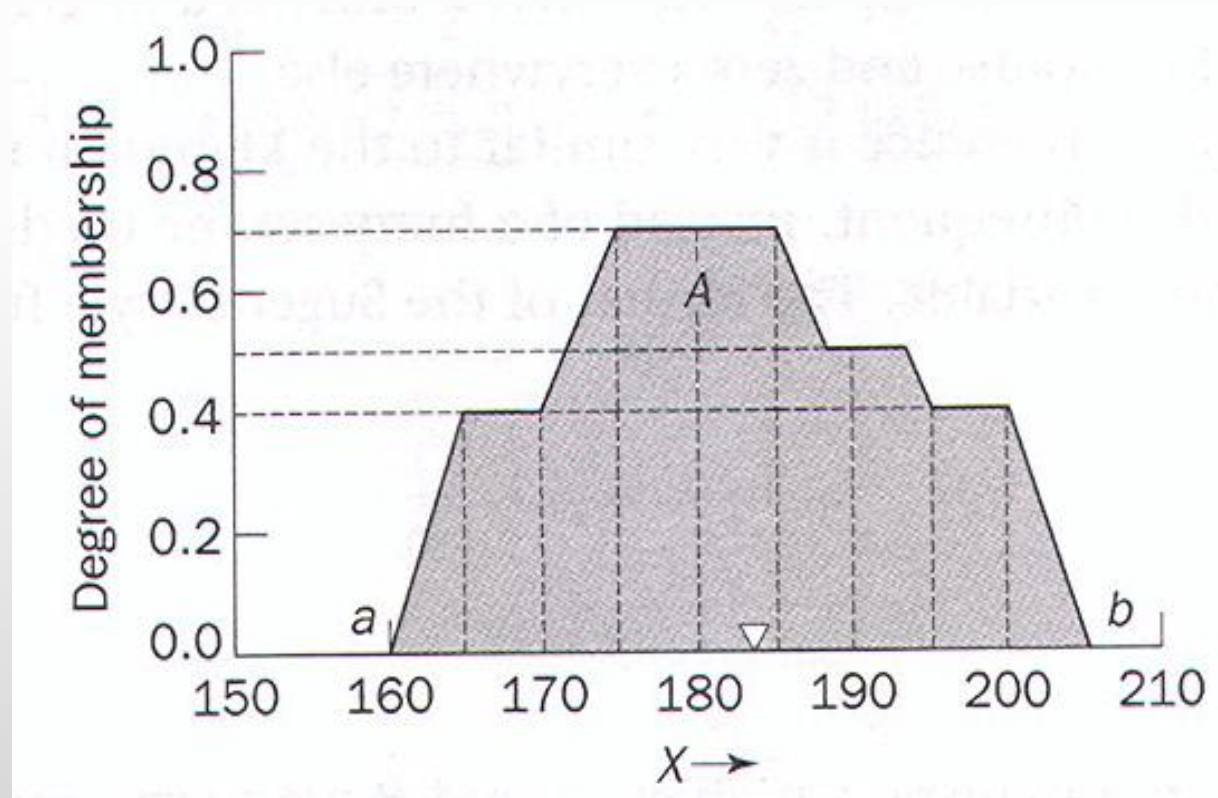
- Kuralların uygulanıp bulanık sonuç elde edilmesi: Bütün kuralların yarattığı sonuçlar birleştirildiğinde ortaya yeni bir üyelik çıkar.



Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Bulanık sonucun sayısal sonuca dönüştürülmesi
(defuzzification)

- COG (center of gravity) yaklaşımı kullanılır.

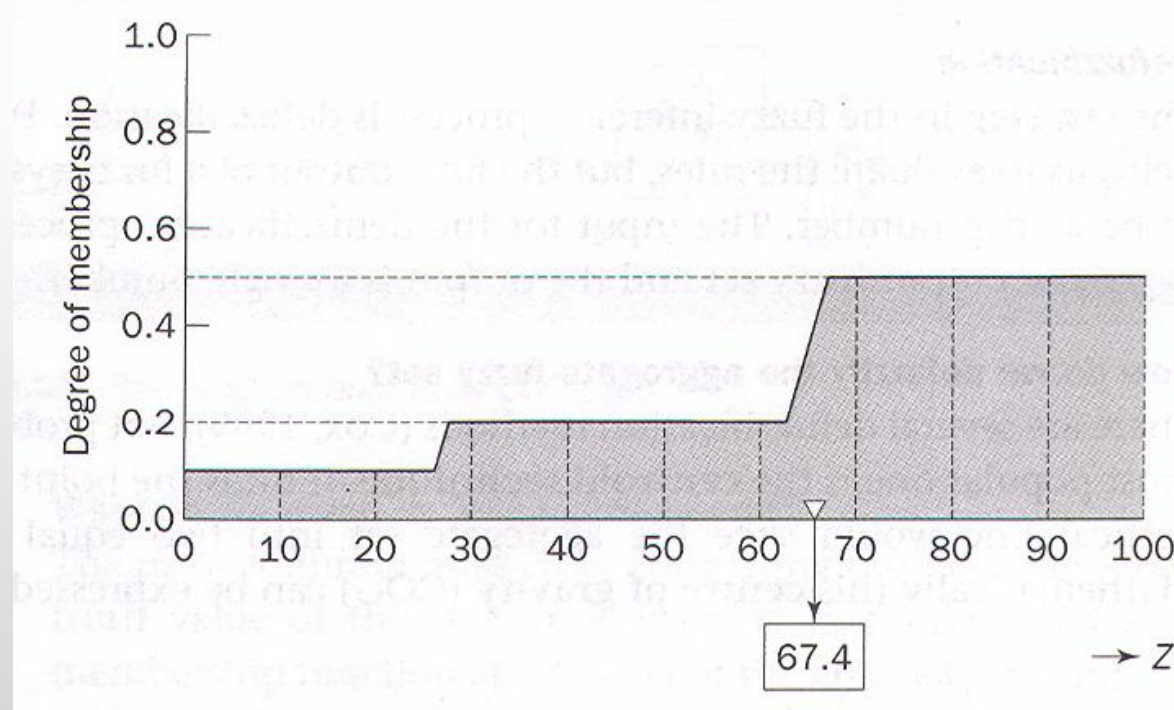


$$COG = \frac{\int_a^b \mu_A(x) x \cdot dx}{\int_a^b \mu_A(x) \cdot dx}$$

Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

- Pratikte integral almak yerine belirli sayıda örnek nokta seçilerek, bu noktaların yarattığı çıktıların toplamı alınabilir.

$$COG = \frac{(0+10+20) \times 0.1 + (30+40+50+60) \times 0.2 + (70+80+90+100) \times 0.5}{0.1+0.1+0.1+0.2+0.2+0.2+0.2+0.5+0.5+0.5+0.5}$$



= 67.4



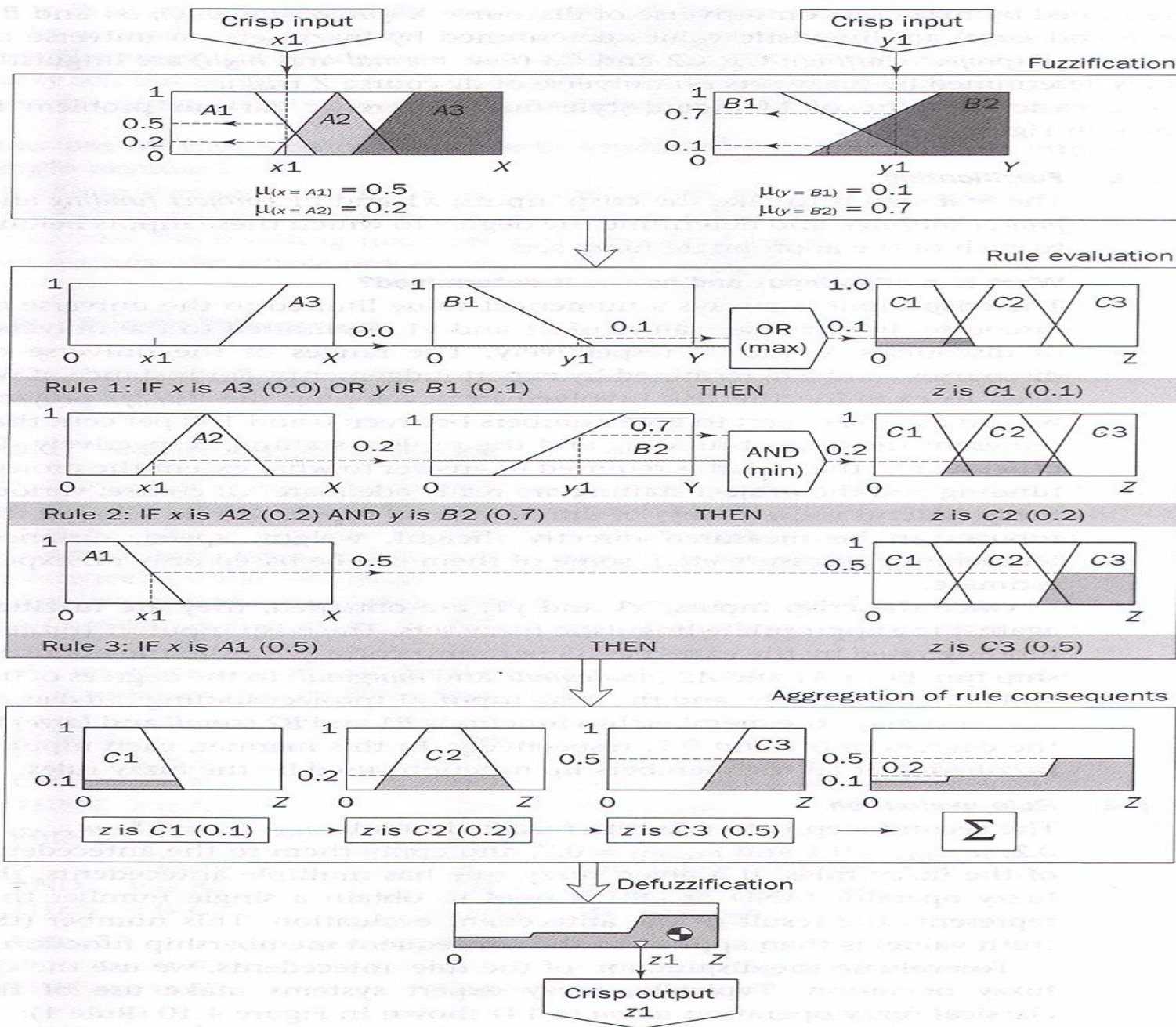
Mamdani çıkarsaması (örnek problem)

Bu durumda;

Proje bütçesi %35 seviyesinde ise ve Çalışan sayısı %60 seviyesinde ise

$$\mathbf{RISK = \%67,4}$$

Hesaplanmıştır.





Sugeno çıkarsaması

- Mamdani yaklaşımı ile aynı fakat kuralların sonucunun hesaplanmasında tek bir değer buluyor.
- Her kuralın sonucunu tek bir çizgide gösteriyor.
- Son değeri de bu sonuçların ağırlıklı ortalamasını hesaplayarak buluyor.



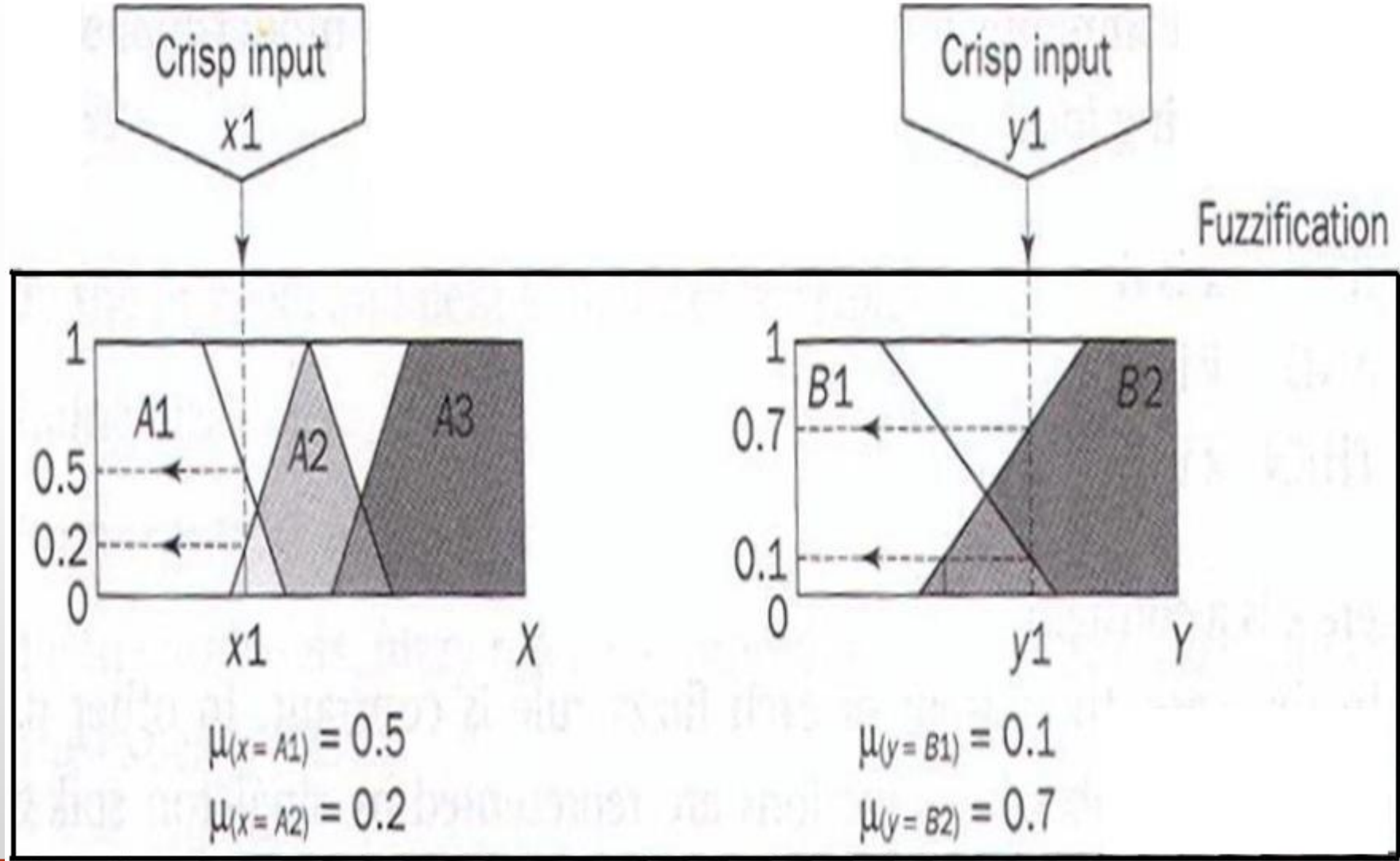
Sugeno çıkarsaması

- Kuralların sonucunda bir üyelik fonksiyonu yerine tek bir değer (singleton) hesaplanır.
- Kural yapısı

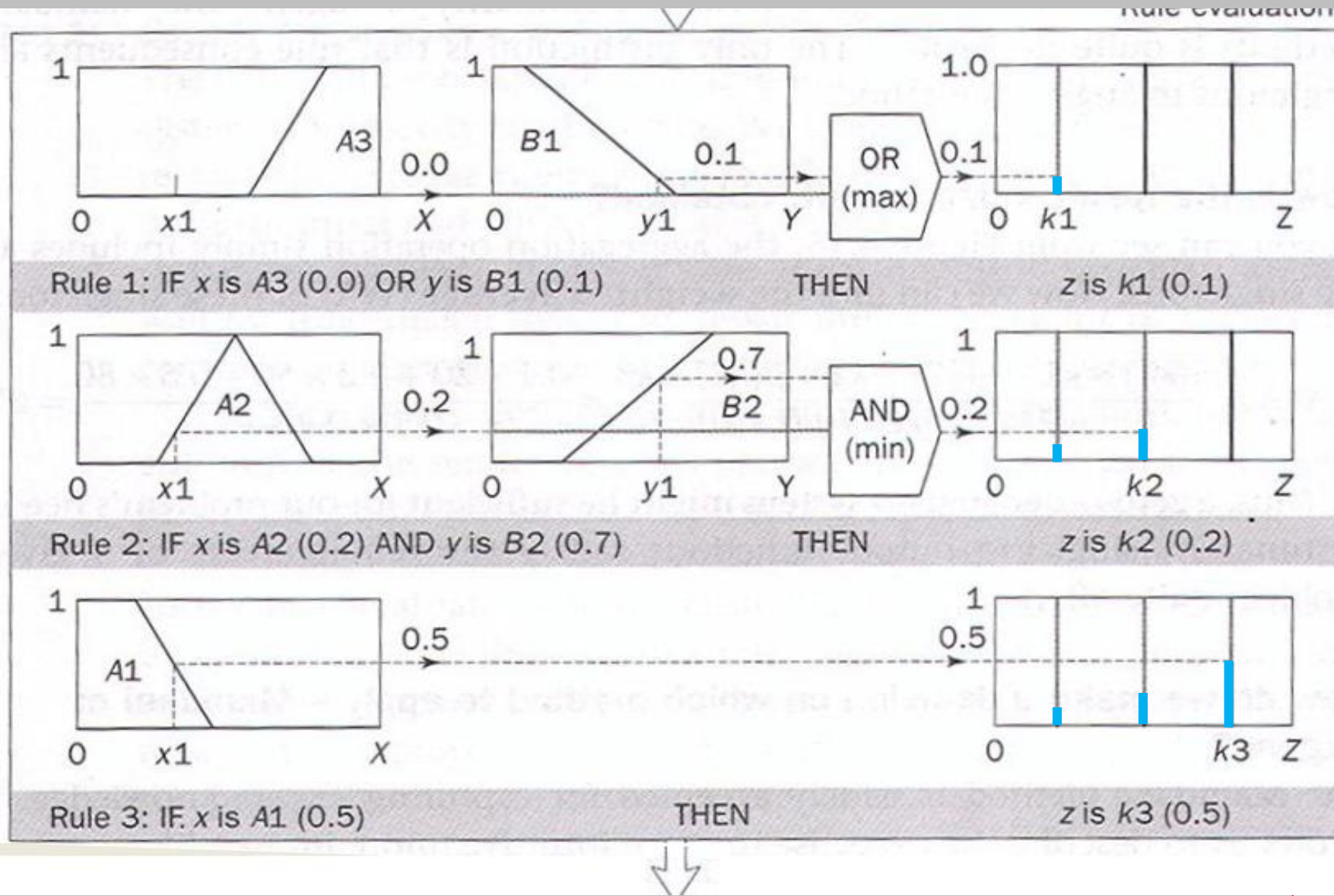
IF x is A
AND y is B
THEN z is $f(x,y)$

şeklinde oluşturulur.

Sugeno çıkarılması



Sugeno çıkarsaması





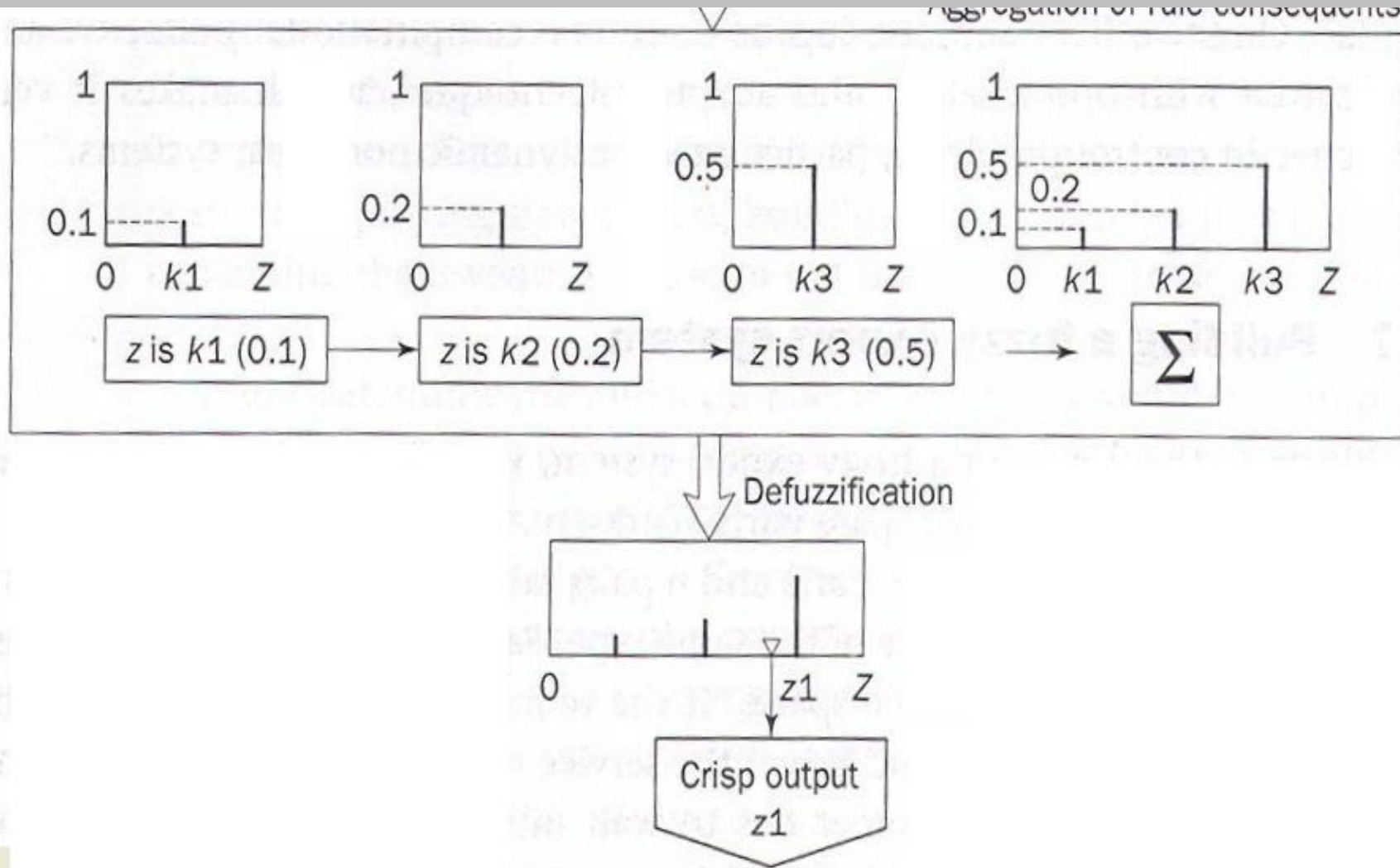
Sugeno çıkarsaması

Burada bileşke sonuç bütün tekil değerlerin ağırlıklı ortalaması (WA) olarak ortaya çıkar.

$$WA = \frac{\mu(k1) \times k1 + \mu(k2) \times k2 + \mu(k3) \times k3}{\mu(k1) + \mu(k2) + \mu(k3)}$$

$$WA = \frac{0.1 \times 20 + 0.2 \times 50 + 0.5 \times 80}{0.1 + 0.2 + 0.5} = 65$$

Sugeno çıkarsaması





Mamdani – Sugeno Karşılaştırması

Mamdani metodu

- Bilgiyi ve kuralları daha iyi yansıtır.
- İnsanın karar verme mekanizmasına benzer.
- Hesaplama zamanı olarak daha karmaşıktır.

Sugeno metodu

- Kolay uygulanır, fakat problemin uygunluğu ve sonuçların doğruluğuna dikkat etmeli
- Hesaplama süresi çok daha az.
- Dinamik kontrol problemleri için çok uygun



KAYNAKLAR

1. Fuzzy Logic with Engineering Applications, Ross T. J., Mc. Graw Hill,1995, New York.
2. Fuzzy Logic Toolbox For Use with Matlab, Users Guide, Mathworks Inc.
3. <http://mathworks.com>
4. Doç.Dr. Serhat Yılmaz Kocaeli Üniv. Ders Notları