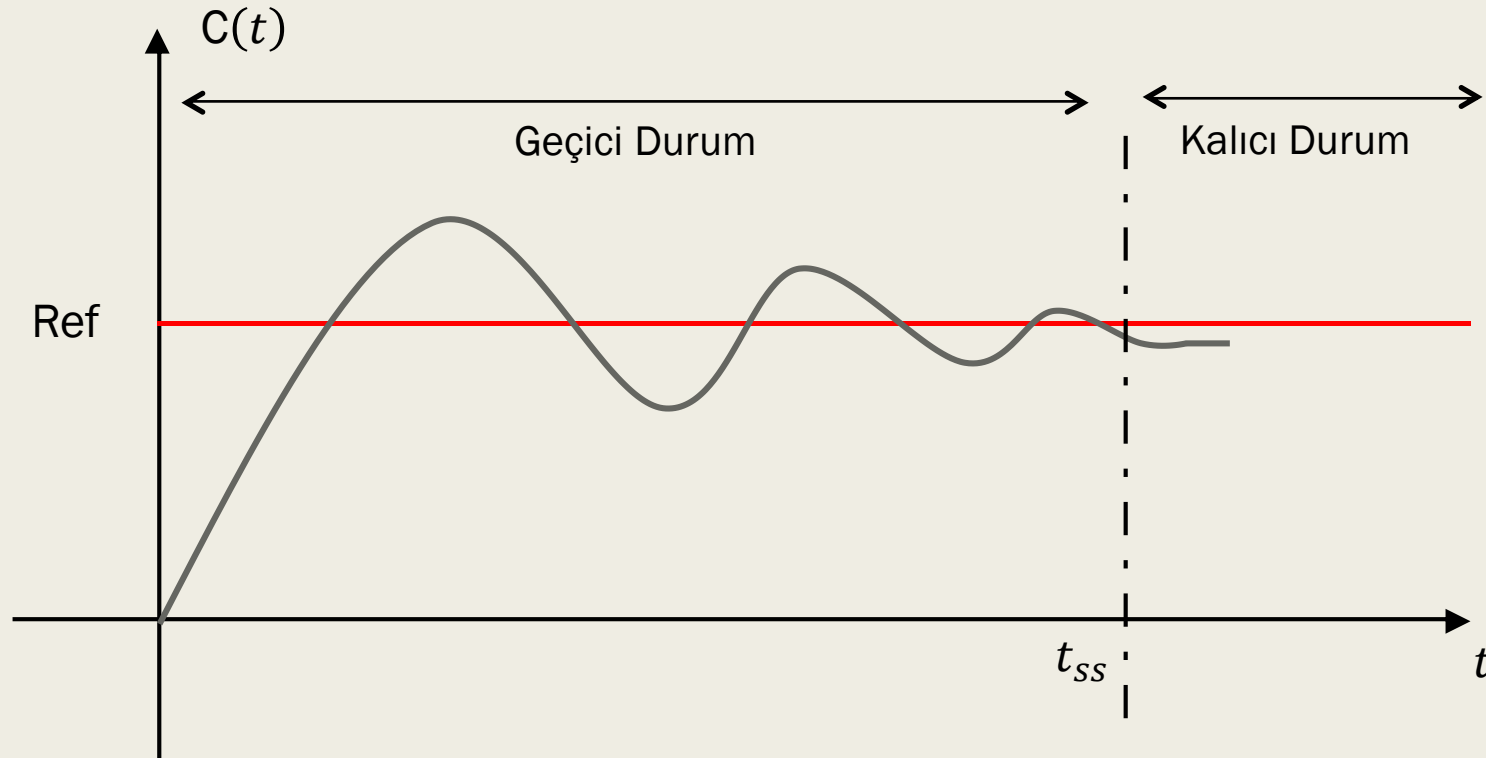




KALICI DURUM  
(KARARLI HAL)  
HATALARI



# Geçici ve Kalıcı Durum



# Geçici ve Kalıcı Durum

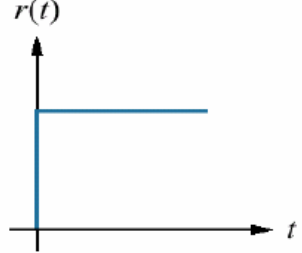
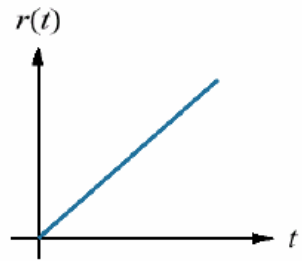
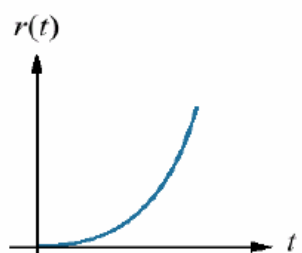
Denetim Sistemlerinin analiz ve tasarımında üç kritere odaklanılır:

1. Geçici durum Cevabı
2. Kararlılık
3. Sürekli Hal (Kararlı Durum) Hataları

Sürekli hal hatası önceden belirlenmiş bir giriş(referans) sinyali için  $t \rightarrow \infty$  a giderken giriş (referans) ve çıkış sinyali arasındaki farktır.

# Kalıcı Durum

## Kontrol Sistemlerinde Kararlı Hal Hatasını Belirlemede Kullanılan Giriş İşaretleri

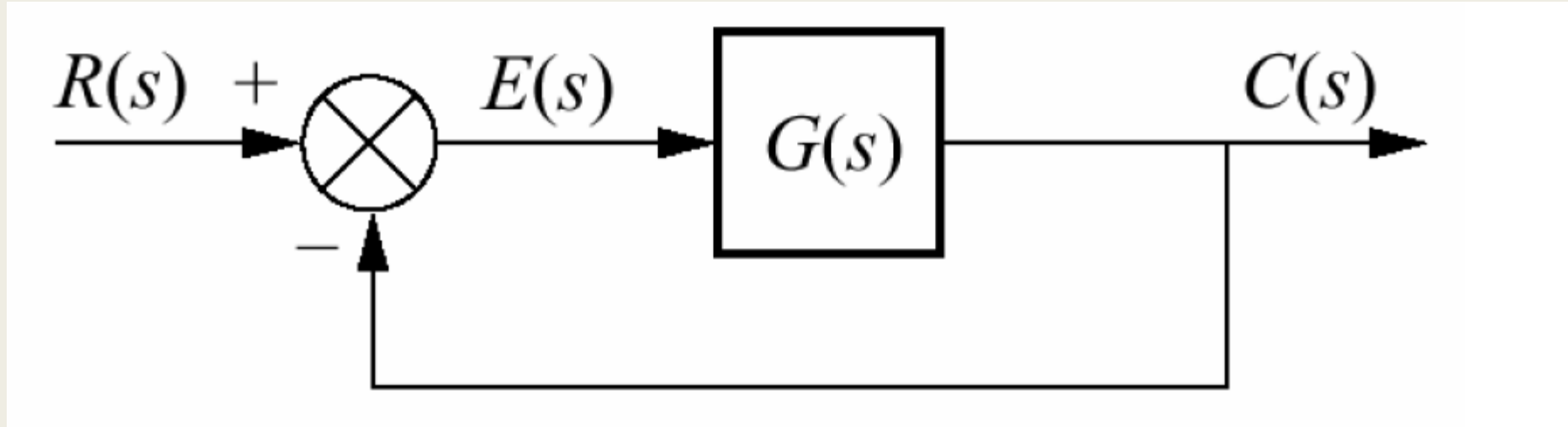
Waveform	Name	Physical interpretation	Time function	Laplace transform
	Step	Constant position	1	$\frac{1}{s}$
	Ramp	Constant velocity	$t$	$\frac{1}{s^2}$
	Parabola	Constant acceleration	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$

# Kalıcı Durum

Sürekli hal(kararlı hal) hataları,  $t \rightarrow \infty$  a giderken doğal çözüm sıfıra yaklaştığında, veya bir başka deyişle kararlı sistemler için tanımlıdır.

Dolayısıyla Kontrol tasarımcısı kararlı hal hatasını belirlemeden önce mutlaka kapalı döngü sistem kararlılığını incelemelidir.

# Hata (error)



Hata giriş(referans) ve çıkış arasındaki fark olarak tanımlanır.

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

# Hata (error)

Kontrol sistemlerinde sürekli hal hatalar genellikle nonlinear(doğrusal olmayan) kaynaklardan ortaya çıkar. Ayrıca sürekli hal hataları sistem bağlantı şeklinden veya uygulanan giriş tipinden kaynaklanabilir.

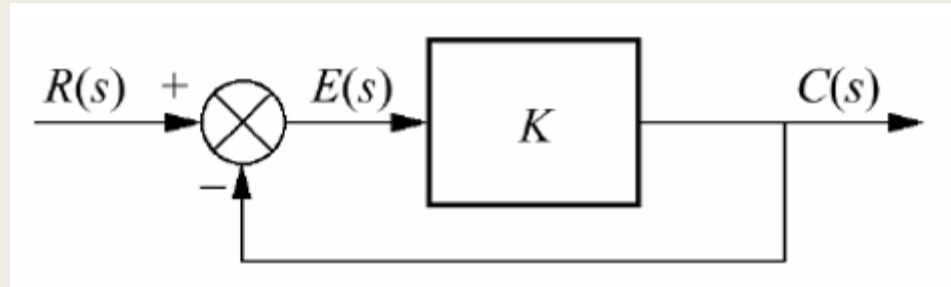
# Hata (error)

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

Birim basamak girişini düşünelim:

Eğer sürekli halde (Kararlı durum)  $c(t)$ ,  $r(t)$ 'ye eşit olursa  $e(t)=0$  olur.

Fakat sadece **K kazancı** ile  $c(t)$  sonlu ve sıfırdan farklı olmakla beraber  $e(t)$  hiçbir zaman sıfır olamaz.

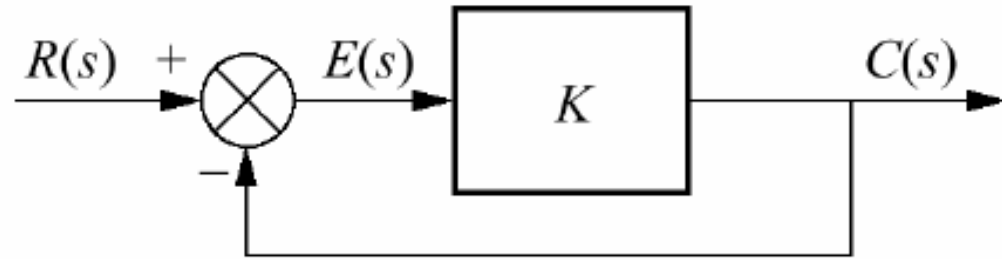


**Kazanç**, kalıcı hal durumunda girişin büyüklüğü ile çıkış sinyalinin büyüklüğü arasındaki ilişkiyi gösteren orantılı bir değerdir.

Sadece  $K$  kazancı olması durumunda bile mutlaka küçük bir hata olur.



# Hata (error)



$$E(s) = R(s) - C(s) \qquad C(s) = KE(s)$$

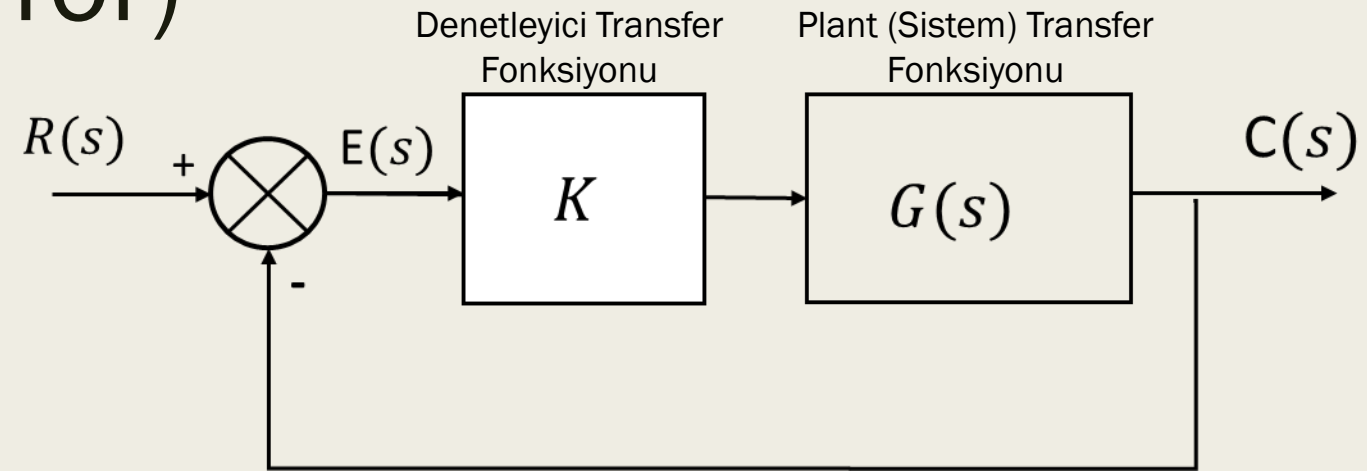
$$E(s) = R(s) - KE(s)$$

$$R(s) = E(s) + KE(s)$$

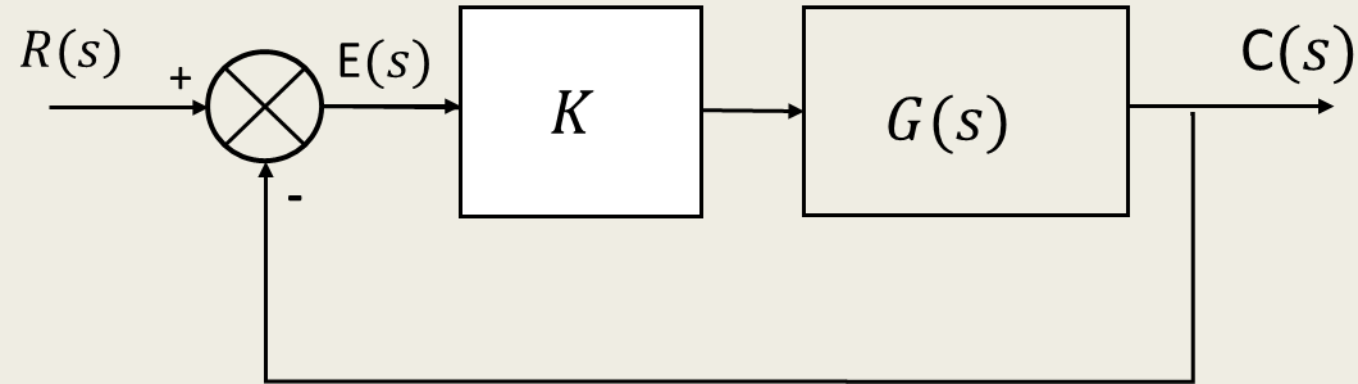
$$E(s) = \frac{1}{1+K} R(s)$$

Görüldüğü gibi birim basamak giriş için **K** ne kadar artarsa artsın hatayı o kadar azalır fakat sıfırlanamaz.

# Hata (error)



# Hata (error)



$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = K \cdot E(s) \cdot G(s)$$

$$E(s) = R(s) - K \cdot E(s) \cdot G(s)$$

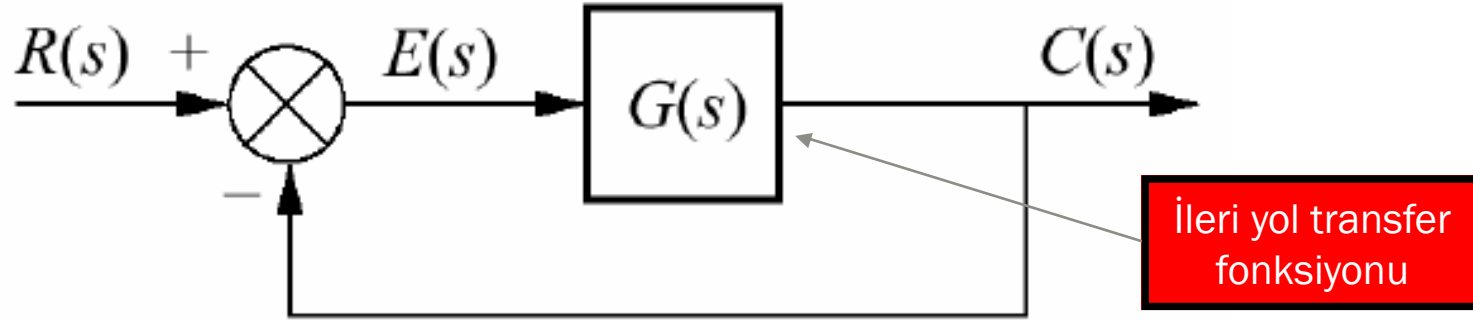
$$E(s) + K \cdot G(s) \cdot E(s) = R(s)$$

$$E(s) \cdot [1 + K \cdot G(s)] = R(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + K \cdot G(s)}$$

Görüldüğü gibi birim basamak giriş için **K** ne kadar artarsa artsın hatayı o kadar azalır fakat sıfırlanamaz.

## Birim Geribeslemeli Kontrol Sistemi İçin Sürekli Hal Hatalarının Elde Edilmesi



Geri beslemede **H(s)** olmazsa sistem birim geri beslemelidir denir.

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = E(s)G(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Sürekli halde hatayı,  $e(t)$ 'yi  $t \rightarrow \infty$  a giderken, bir başka deyişle  $e(\infty)$ 'u bulmaya çalışıyoruz. Bunun için son değer teoremini kullanabiliriz.

## **Son Değer Teoremi:**

$$f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Sürekli hal hatalarında son değer teoreminin kullanılabilmesi için son değerini bulma k istediğimiz  $F(s)$ 'in kutuplarının sol yarı düzlemde olmaları gerekir, en fazla bir kutbu orjinde olabilir. Eğer orjinde birden fazla kutup veya sağ yarı düzlemde en az bir kutup varsa son değer teoremi geçersizdir.

Son değer teoremini hata ifadesine uygulayacak olursak:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

E(s)'i yerine yazacak olursak;

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

Dikkat edelim: Kalıcı durum hesabının yapıldığı G(s), ileri yol transfer fonksiyonudur.

Görüldüğü gibi R(s), giriş sinyalinin(referans işaretinin) sürekli hal hatası üzerinde doğrudan bir etkisi var. Daha önce belirtilen giriş sinyalleri (işaretleri) için sürekli hal hatalarını inceleyelim.

## 1. Basamak Girişi (Step Input)

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \frac{1}{s}}{1 + G(s)}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)}$$

$e(\infty) = 0$  olması için,

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$  olabilmesi için  $G(s)$  aşağıdaki formda olmalıdır.

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)\dots\dots\dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2)\dots\dots\dots}$$

Daha da açık ifade etmek gerekirse polinomun paydasının en az bir kökü orjinde olmalıdır.

Teknik ifade ile birim basamak cevabında sürekli hal hatasının 0 olabilmesi için ileri yol'da en az bir **saf integratör** olmalıdır.

Eğer orjinde en az bir kutup yoksa,

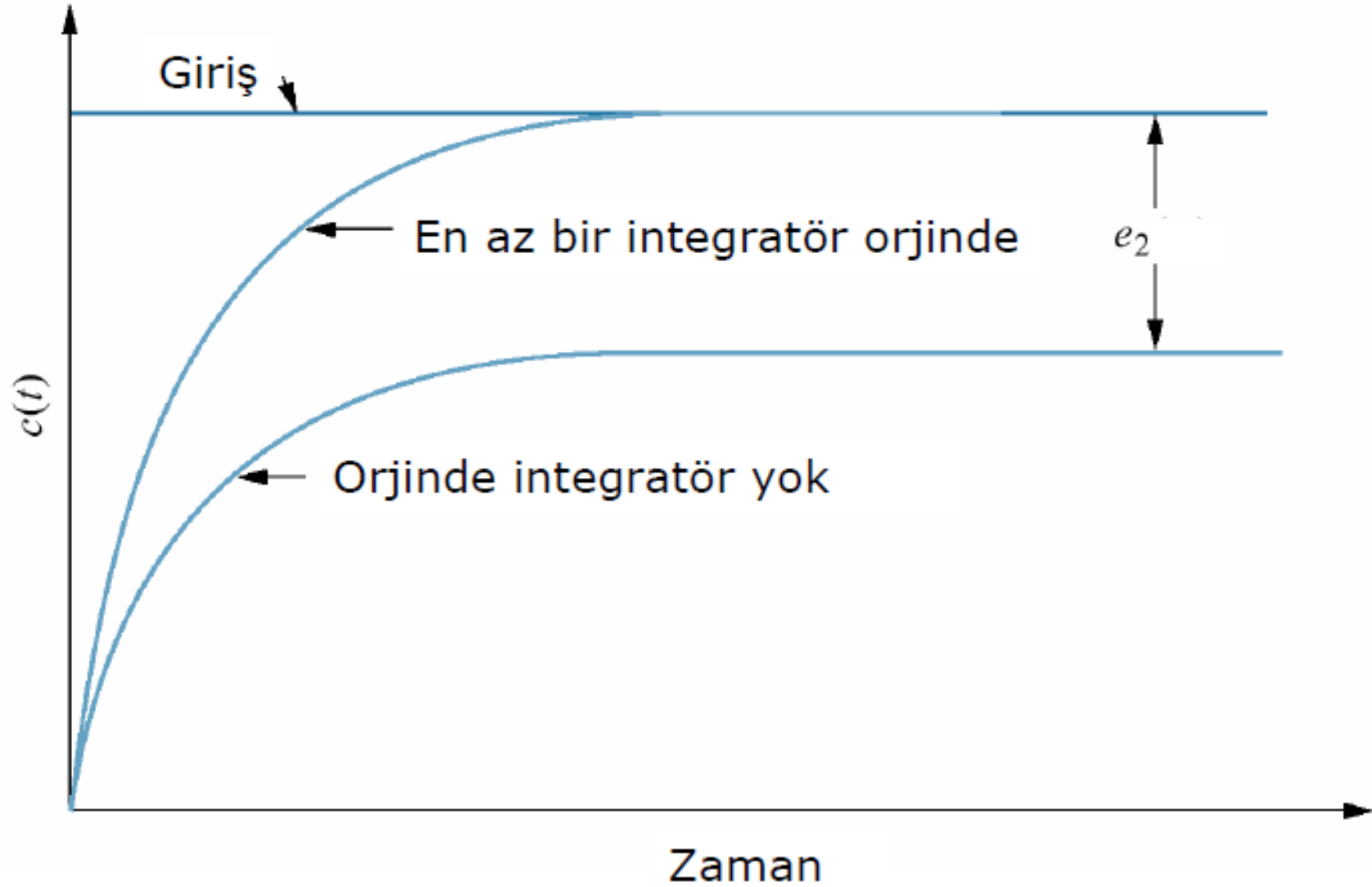
$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

Olur ki bu sonlu bir sürekli hal hatasına karşılık gelir.

İntegralin Laplace Dönüşümü

$$\mathcal{L} \left\{ \int_0^t f(t) dt \right\} = \frac{f(s)}{s}$$





## 2. Rampa Girişi (Ramp Input)

Rampa giriş işareti:  $R(s) = \frac{1}{s^2}$  dir.

Rampa girişi için sürekli hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\left(\frac{1}{s^2}\right)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

Rampa giriş işaretinde sürekli hal hatamızın sıfır olabilmesi için,

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \infty \quad \text{olmalıdır.}$$

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)\dots\dots\dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2)\dots\dots\dots} \quad \text{Göz önüne alındığında}$$

En az iki kutup orijinde olursa ancak rampa girişinde sürekli hal hatası sıfır olur

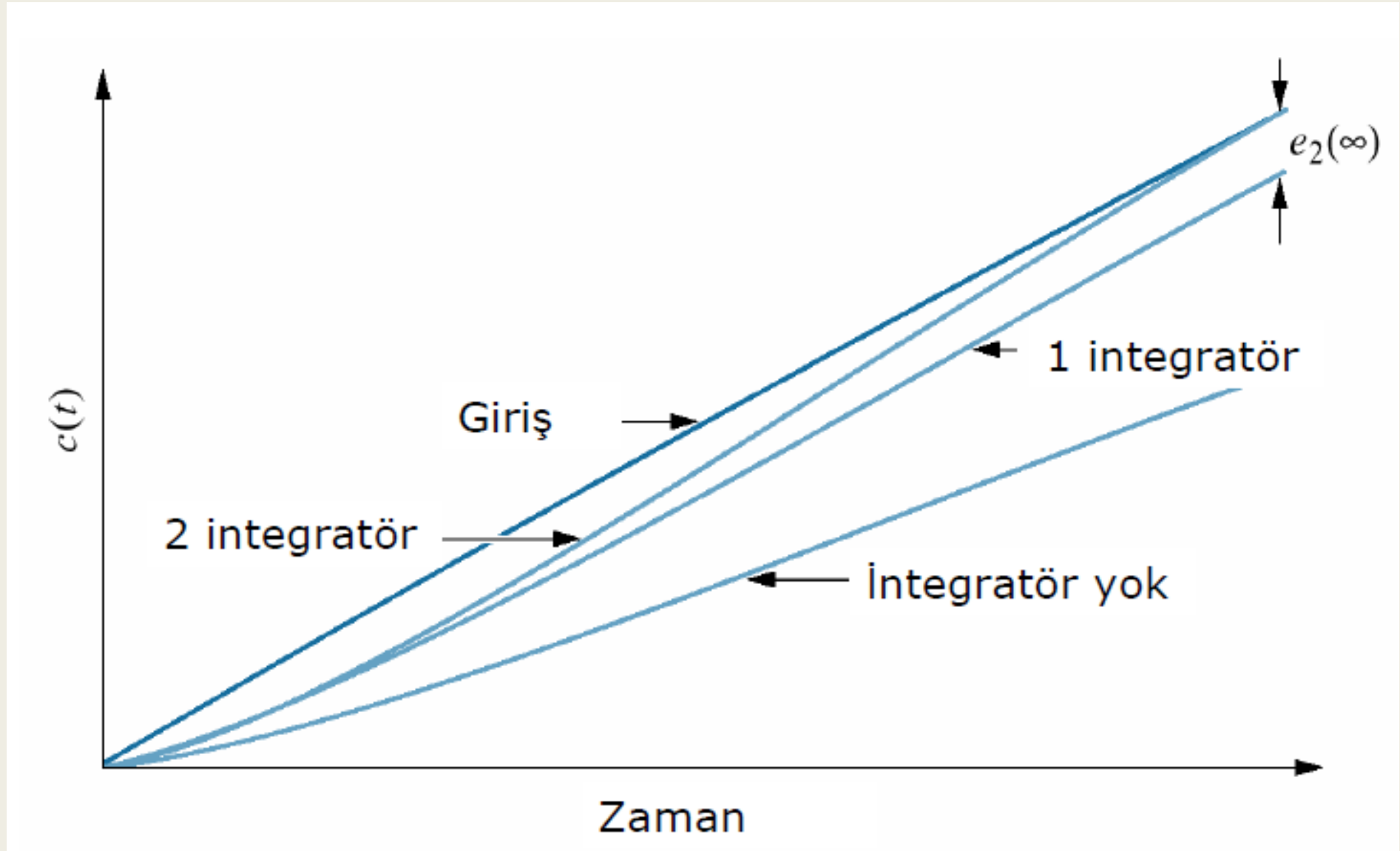
İleri yol'da iki saf integratör olmalı ki rampa girişi için sürekli hal hatası sıfır olsun. Eğer iki değilse bir integratör varsa,

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

Olur ki bu da sabit bir hatanın olacağını gösterir.

Eğer ileri yolda hiç integratör yoksa  $\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$

Olur ve sürekli hal hatası rampa girişinden zamanla uzaklaşarak sonsuz olur.



### 3. Parabolik Giriş (Ramp Input)

Parabolik giriş işareti:  $R(s) = \frac{1}{s^3}$  dir.

Rampa girişi için sürekli hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\left(\frac{1}{s^3}\right)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)}$$

Parabolik giriş işaretinde sürekli hal hatamızın sıfır olabilmesi için,

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \infty \quad \text{olmalıdır.}$$

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)\dots\dots\dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2)\dots\dots\dots} \quad \text{Göz önüne alındığında}$$

En az üç kutup orijinde olursa ancak parabolik girişinde sürekli hal hatası sıfır olur

İleri yol'da iki saf integratör varsa,

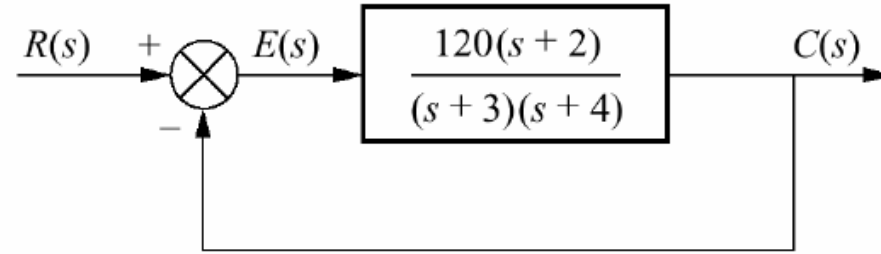
$$\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

Olur ki bu da sabit bir hatanın olacağını gösterir.

Eğer ileri yolda bir integratör varsa veya hiç yoksa  $\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$

Olur ve sürekli hal hatası parabolik girişten zamanla uzaklaşarak sonsuz olur.

## Örnek:



Yukarıdaki sisteme  $5u(t)$ ,  $5tu(t)$ , ve  $5t^2u(t)$  girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

$5u(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $5/s$  dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{5}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{120(2)}{(3)(4)} = 20 \quad e(\infty) = \frac{5}{1 + 20} = \frac{5}{21}$$

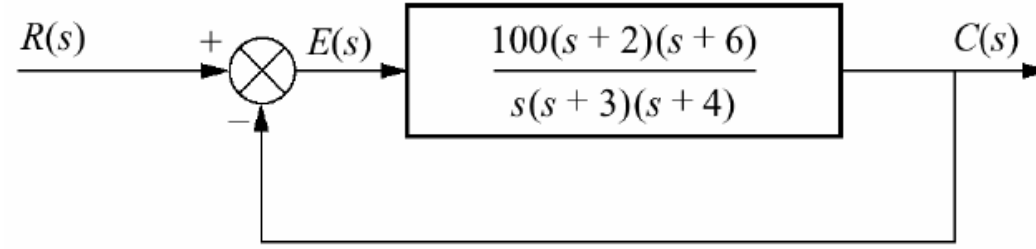
$5tu(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $5/s^2$  dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{5}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = (0) \frac{120(2)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{5}{0} = \infty$$

$5t^2u(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $10/s^3$  dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{10}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = (0)^2 \frac{120(2)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{10}{0} = \infty$$

## Örnek:



Yukarıdaki sisteme  $5u(t)$ ,  $5tu(t)$ , ve  $5t^2u(t)$  girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

$$e(\infty) = \frac{5}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{100(2)(6)}{(0)(3)(4)} = \infty \quad e(\infty) = \frac{5}{\infty} = 0$$

$5tu(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $5/s^2$  dir. Buna göre;

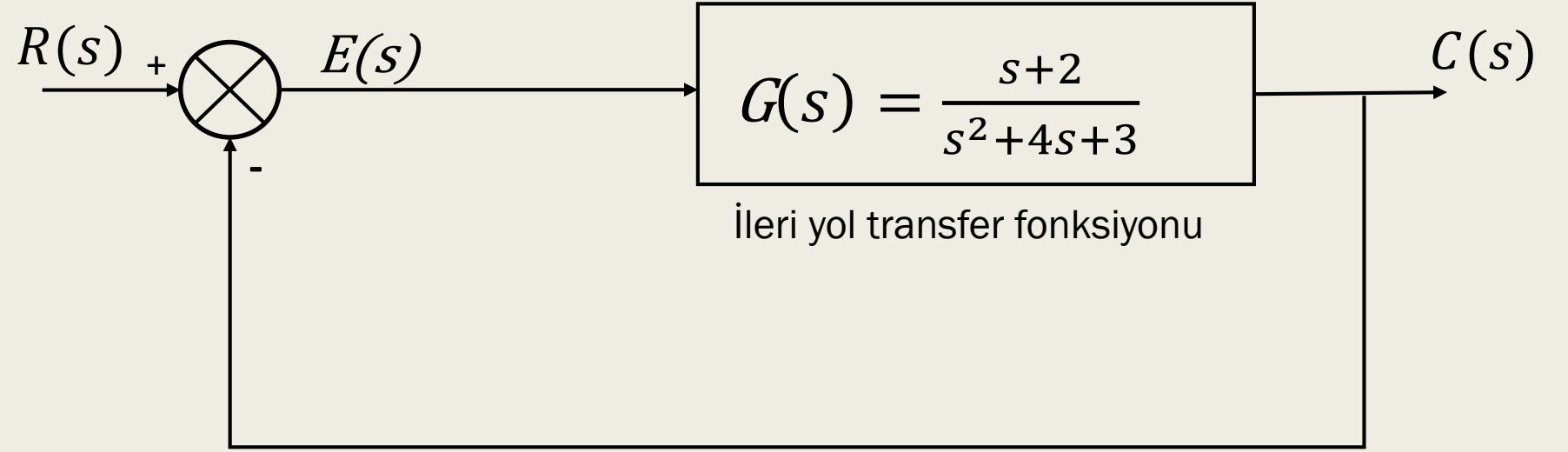
$$e(\infty) = \frac{5}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{100(2)(6)}{(3)(4)} = 100 \quad e(\infty) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$5t^2u(t)$  girişinin Laplace dönüşümü  $10/s^3$  dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{10}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = (0) \frac{100(2)(6)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{10}{0} = \infty$$



ÖRNEK:



$R(s)$  sinyali birim basamak, rampa ve parabol olduğu durumlarda kalıcı durum hatasını bulunuz ve hatayı sıfırlamak için gerekli işlemleri gerçekleştiriniz.

Çözüm:

$R(s)$  : Birim basamak

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) \quad E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \cdot \frac{1}{s}}{1 + \frac{s+2}{s^2+4s+3}}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2+4s+3}{s^2+5s+5} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Çözüm:

$R(s)$ : Birim rampa

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s \cdot \left[ \frac{s+2}{s^2+4s+3} \right]} = \infty$$

$R(s)$ : Birim parabol

$$e(\infty) = \frac{1}{s^2 \cdot \left[ \frac{s+2}{s^2+4s+3} \right]} = \infty$$

Çözüm:

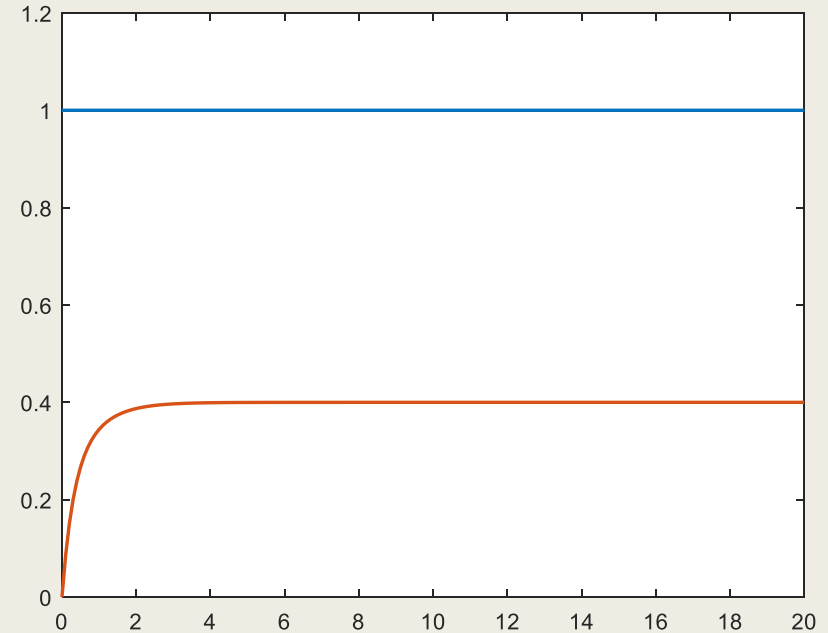
Matlab yardımı ile bulunan sonuçların sağlamalarını  
yapalım:

# MATLAB YARDIMI

## BİRİM BASAMAK İÇİN:

```
syms s
R=1/s;
G_ileri=(s+2)/(s^2+4*s+3);
G_kapali=G_ileri/(1+G_ileri)
C=R*G_kapali;
Es=s*R/(1+G_ileri)
y=limit(Es,s,0)
CL=ilaplace(C)
RL=ilaplace(R);

%%
t=0:0.1:20;
figure
plot(t,RL,t,CL);
```



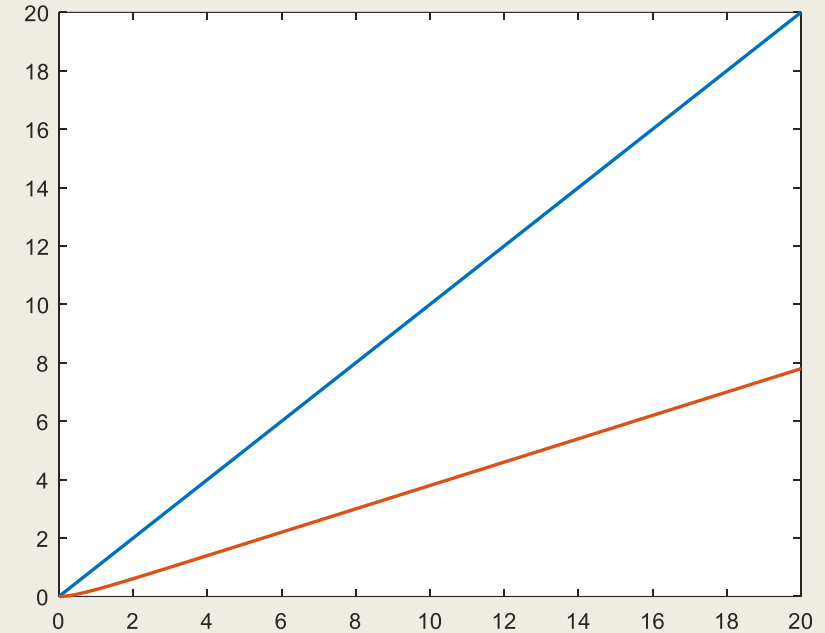
Grafikten anlaşılacağı gibi Hata=1-0.4=0.6'dır.

# MATLAB YARDIMI

## BİRİM RAMPA İÇİN:

```
syms s
R=1/s^2;%Birim rampa
G_ileri=(s+2)/(s^2+4*s+3);
G_kapali=G_ileri/(1+G_ileri)
C=R*G_kapali;
Es=s*R/(1+G_ileri)
y=limit(Es,s,0)
CL=ilaplace(C)
RL=ilaplace(R);

%%
t=0:0.1:20;
figure
plot(t,RL,t,CL);
```



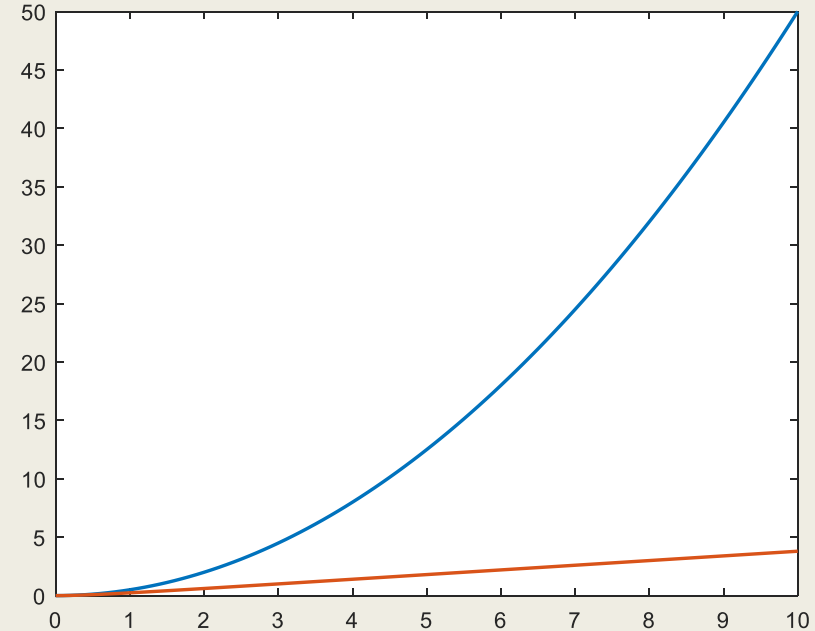
Grafikten anlaşılacağı gibi Hata= $\infty$ 'dur.

# MATLAB YARDIMI

## BİRİM PARABOL İÇİN:

```
syms s
R=1/s^3;
G_ileri=(s+2)/(s^2+4*s+3);
G_kapali=G_ileri/(1+G_ileri)
C=R*G_kapali;
Es=s*R/(1+G_ileri)
y=limit(Es,s,0)
CL=ilaplace(C)
RL=ilaplace(R);

%%
t=0:0.1:10;
figure
plot(t,RL,t,CL);
```

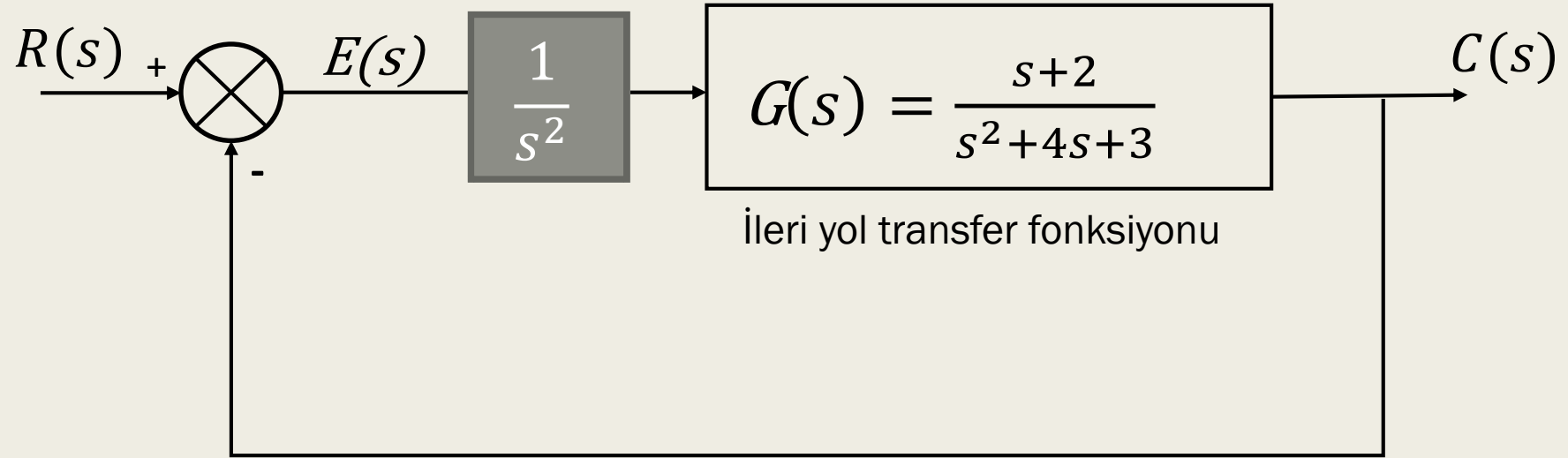


Grafikten anlaşılacağı gibi Hata= $\infty$ 'dur.



Bu kısımda; birim rampa için kalıcı durum hatasını nasıl sıfırlayabileceğimizi tartışalım.

Bildiğimiz üzere birim rampa referanslı sistemlerde bunun için ileri yola en az iki saf integratör koymalıyız.



Bu durumda kalıcı durum hatasının sıfıra düşmesini bekliyoruz. Pratikte de hatanın sıfırlanıp sıfırlanmayacağını Matlab yardımı ile inceleyebiliriz.



# MATLAB YARDIMI

```
clc;clear;

syms s

R=1/s^2;

G_ileri=(s+2)/(s^2+4*s+3);

integrator=1/s^2;

G_ileri=G_ileri*integrator;

G_kapali=G_ileri/(1+G_ileri)

C=R*G_kapali;

Es=s*R/(1+G_ileri)

KaliciDurumHatasi=limit(Es,s,0)
```

**Es =**

$$1/(s*((s + 2)/(s^2*(s^2 + 4*s + 3)) + 1))$$

**KaliciDurumHatasi =**

**0**

# Statik Hata Katsayıları ve Sistemin Tipi

Birim basmak girişi için  $u(t)$ ,

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$$

Rampa girişi için  $tu(t)$ ,

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

Parabolik giriş için  $(1/2)t^2u(t)$ ,

$$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)}$$

Paydadaki limit ifadeleri sürekli hal hatalarını belirliyor, bu limit terimlerine statik hata katsayıları adı verilir.

Konum Sabiti , $K_p$ ,

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

Hız Sabiti , $K_v$ ,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

İvmelenme Sabiti , $K_a$ ,

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$$

Sürekli hal hataları ise,

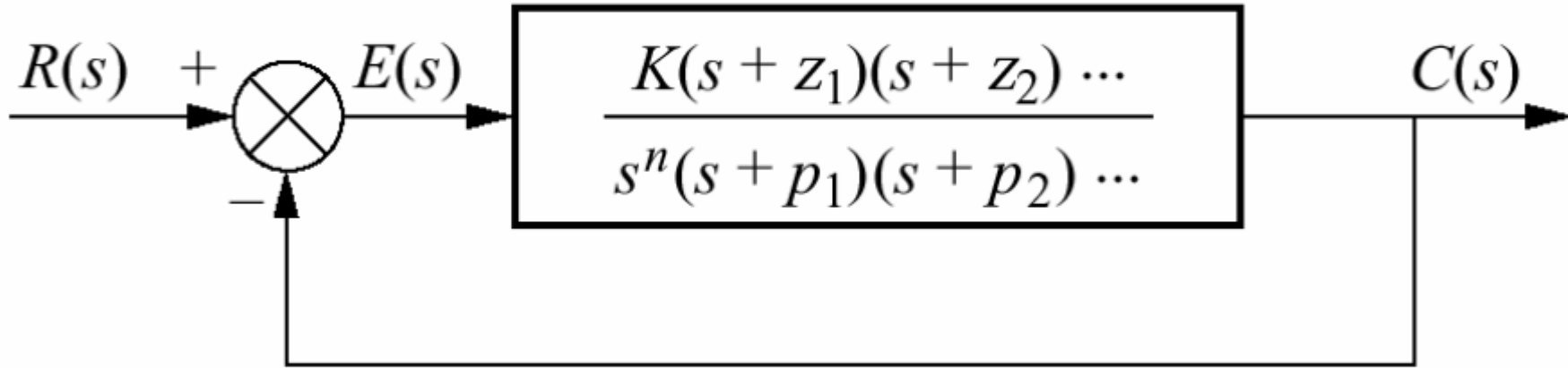
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

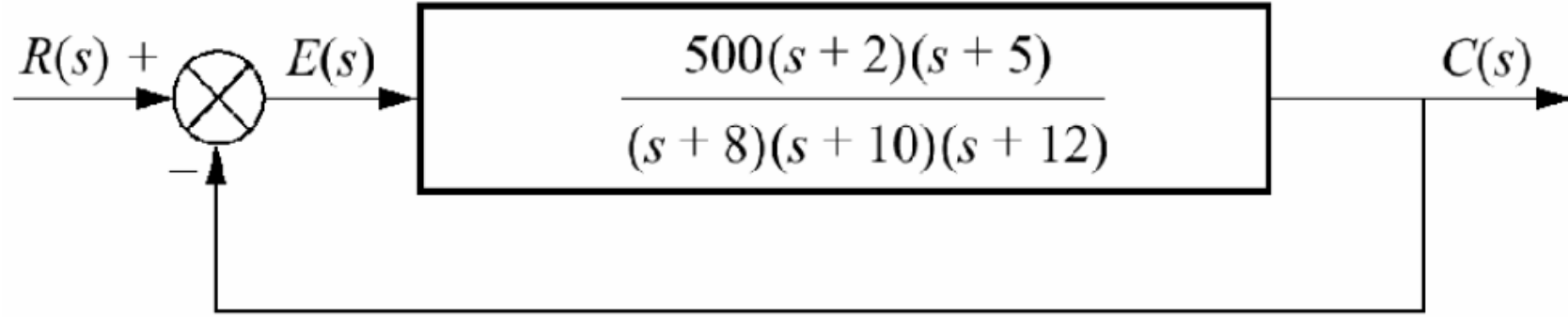
## Sistem Tip'i Tanımı:

İleri yol daki saf integratör sayısı sistemin tip'i olarak tanımlanır.



Yukarıdaki sistemin tip'i **n** dir. Örneğin, eğer  $n=0$  ise sistemin tip'i sıfır, eğer  $n=1$  ise sistemin tip'i birdir. Sırasıyla **Tip 0** ve **Tip 1** olarak ifade edilirler

**Örnek:**



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{(500)(2)(5)}{(8)(10)(12)} = 5.208$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

Konum Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.161$$

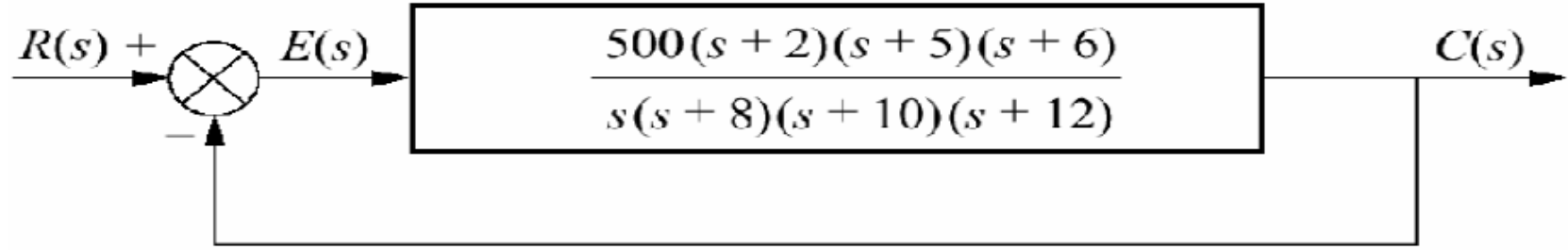
İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$$

## Örnek:



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{(500)(2)(5)(6)}{(8)(10)(12)} = 31.25$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

Konum Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

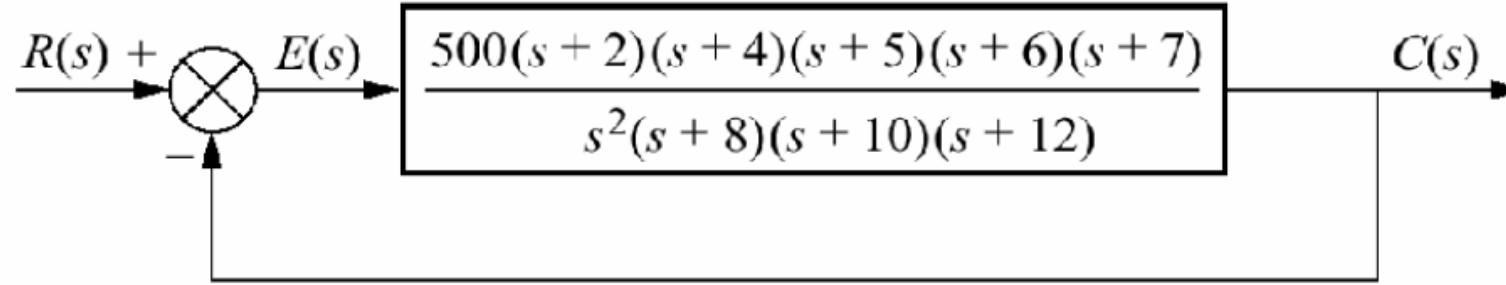
İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{31.25} = 0.032$$

### Örnek:



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \infty$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \frac{(500)(2)(4)(5)(6)(7)}{(8)(10)(12)} = 875$$

Konum Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{\infty} = 0$$

İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{875} = 1.14 \times 10^{-3}$$

# Özet

Input	Steady-state error formula	Type 0		Type 1		Type 2	
		Static error constant	Error	Static error constant	Error	Static error constant	Error
Step, $u(t)$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p =$ Constant	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \infty$	0	$K_p = \infty$	0
Ramp, $tu(t)$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = 0$	$\infty$	$K_v =$ Constant	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = \infty$	0
Parabola, $\frac{1}{2}t^2u(t)$	$\frac{1}{K_a}$	$K_a = 0$	$\infty$	$K_a = 0$	$\infty$	$K_a =$ Constant	$\frac{1}{K_a}$



**Örnek:** Eğer bir sistemin konum sabiti,  $K_p = 1000$  ise bu sistem hakkında neler söyleyebilirsiniz.

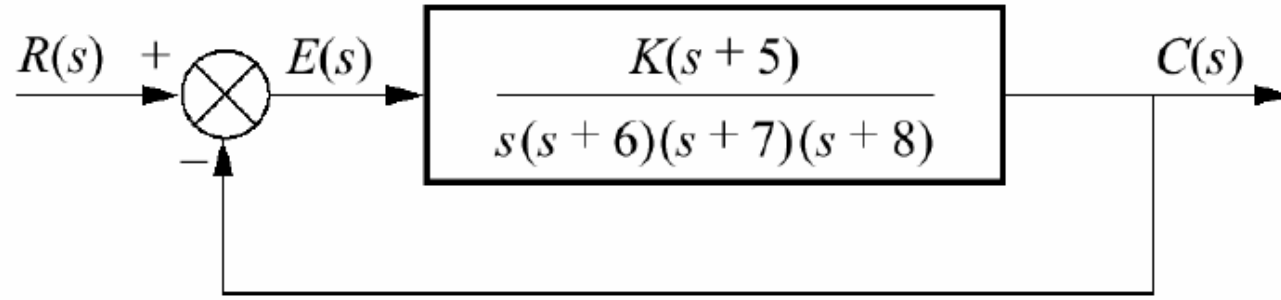
1. Sistem kararlıdır.

2. Sistem **Tip 0** dır. Hatırlanacak olursa **Tip 1** ve **Tip 2** sistemlerde ise  $K_p$  sonsuzdur.

3. Test işareti birim basamaktır.

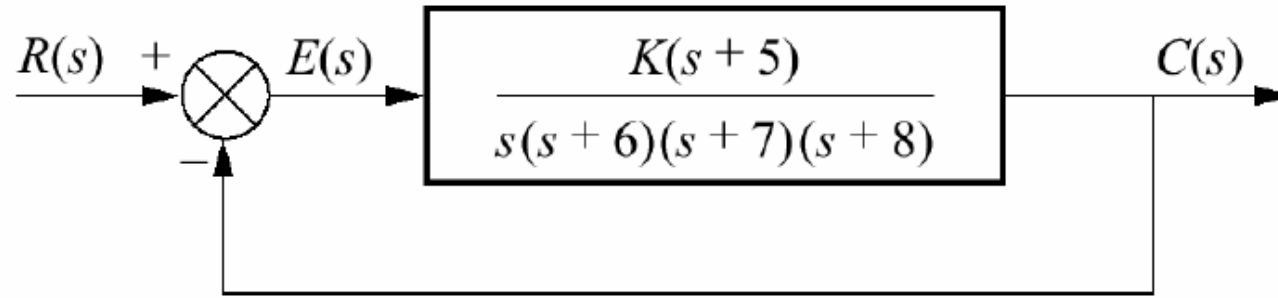
$$4. \quad e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+1000} = \frac{1}{1001}$$

## Örnek:



Yukarıdaki sistemin sürekli hal hatası %10 olması için **K** değerini bulunuz.

## Örnek:



Yukarıdaki sistemin sürekli hal hatası %10 olması için **K** değerini bulunuz.

Sistem Tip 1 olduğu için sürekli hal hatası rampa girişi için sabit olmalıdır. Böylece,

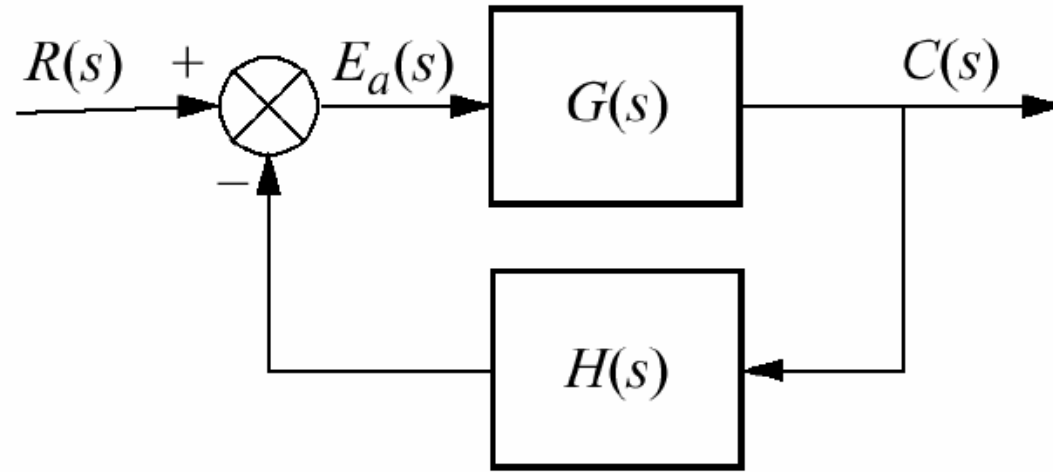
$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = 0.1 \longrightarrow K_v = 10$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{K(5)}{(6)(7)(8)} = 10$$

$$K = 672$$

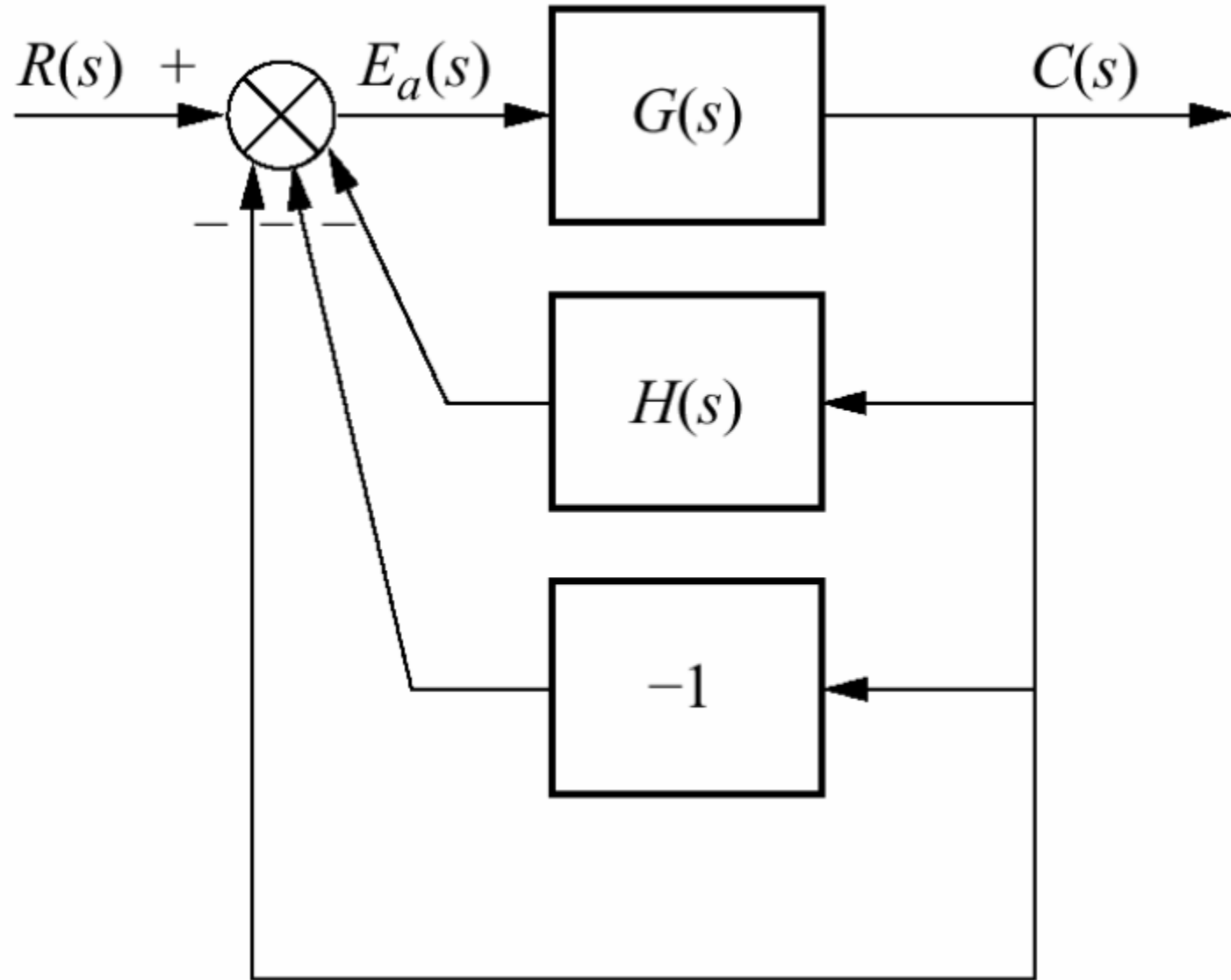
# Birim Geri beslemeli Olmayan Sistemler için Sürekli Hal Hataları

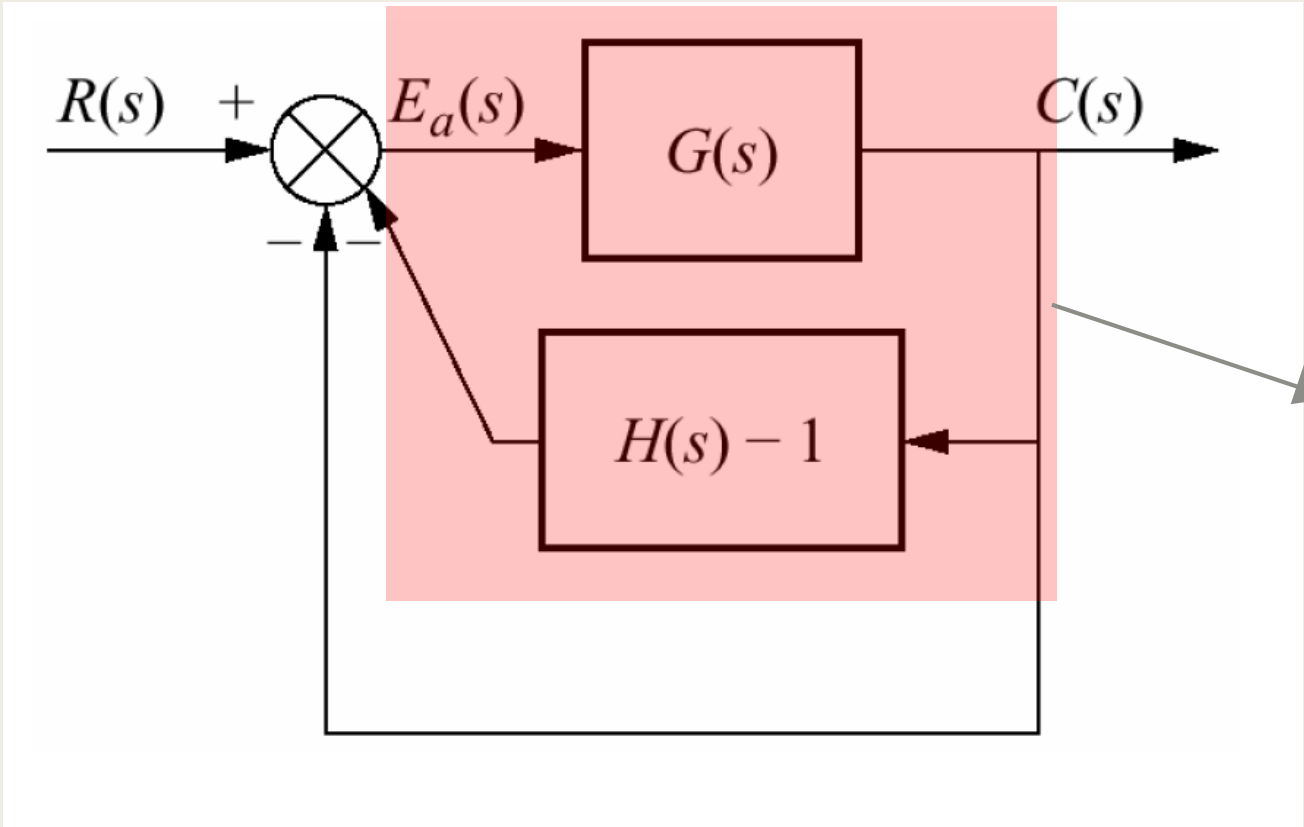
Başarımı ölçütlerini iyileştiren dengeleyici ve denetleyicilerin kullanılması veya sistemin fiziksel yapısı nedeniyle çoğu kontrol sistemleri birim geri beslemeli değildir.



Sistemini ele alalım.

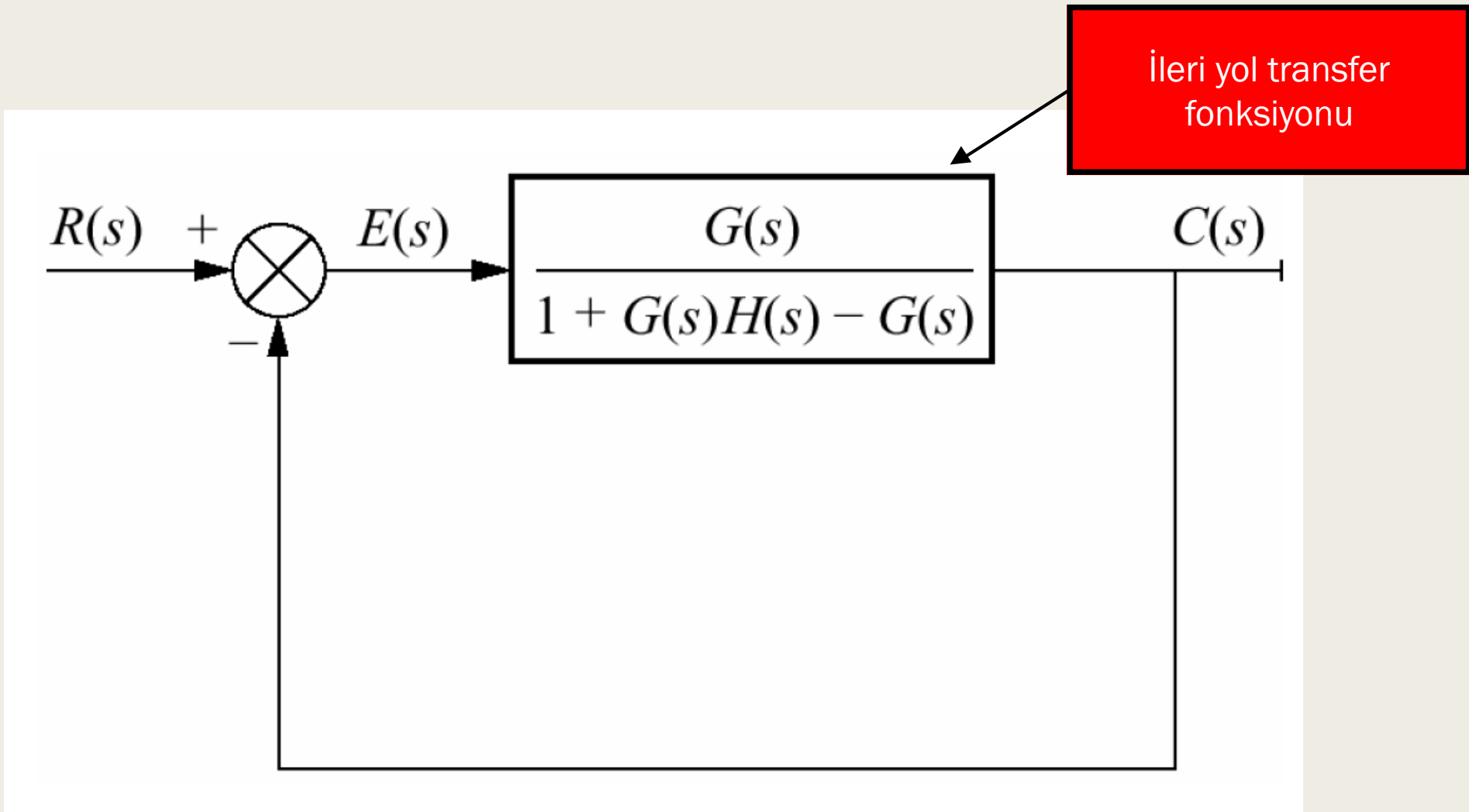
Birim geribeslemeyi oluşturmak üzere birim geribesleme yolunu ekleyip çıkartacak olursak:





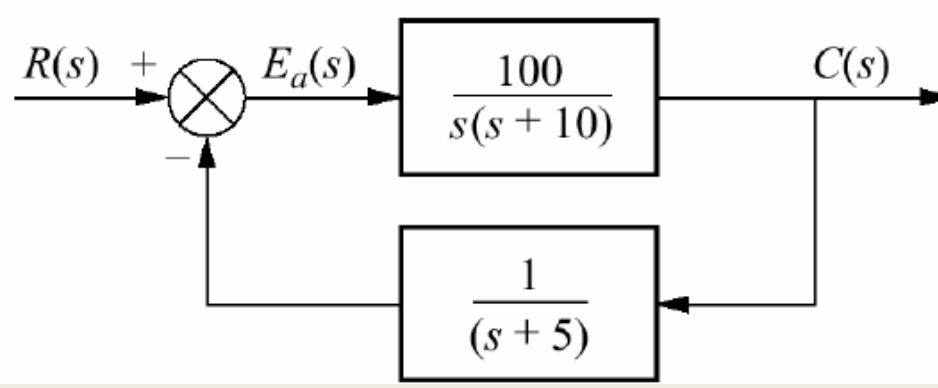
$$Gy(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) * [H(s) - 1]}$$

$$Gy(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s) - G(s)}$$





## **Örnek:**

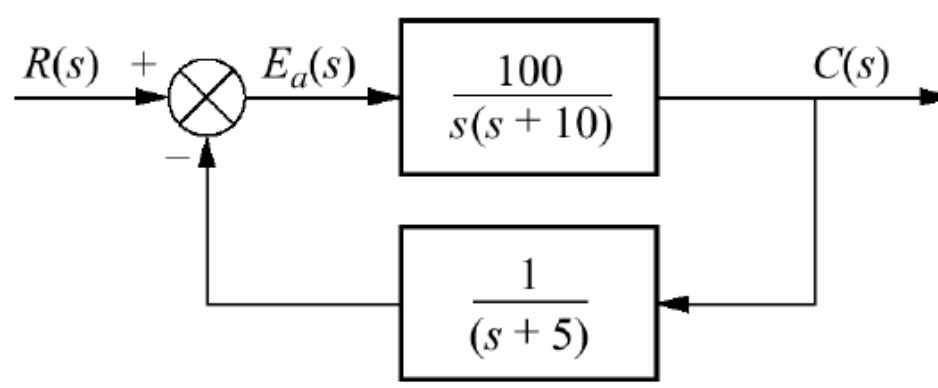


Sistemin Tip'i nedir?

Uygun hata sabitini sistem Tip'ine göre belirleyiniz.

Birim basamak için sürekli hal hatasını bulunuz.

## Örnek:



Sistemin Tip'i nedir?  
Uygun hata sabitini sistem  
Tip'ine göre belirleyiniz.  
Birim basamak için sürekli  
hal hatasını bulunuz.

$$G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$

$$H(s) = \frac{1}{s+5}$$

$$G_e(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s) - G(s)} = \frac{100(s+5)}{s^3 + 15s^2 - 50s - 400}$$

Saf integratör olmadığı için sistem **Tip 0** dır. Uygun hata sabiti bu durumda konum hata sabiti **K<sub>p</sub>** dir.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) = \frac{(100)(5)}{(-400)} = -\frac{5}{4} \longrightarrow e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 - \frac{5}{4}} = -4$$

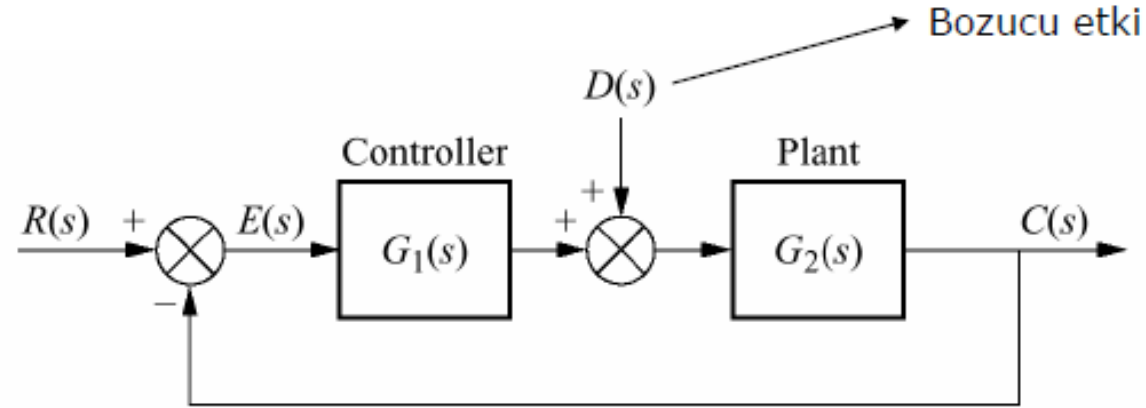
İşaretin negatif olması çıkış değerinin giriş değerinden büyük olduğunu gösterir.

## Bozucu Etkiler için Sürekli Hal Hataları

Geribeslemeli denetim sisteminin kullanılmasının sebebi bozucu etkilere rağmen sistemin giriş referans sinyalini sıfır hata veya çok az hata ile takip edebilmektir.

Bir denetleme sisteminde bozucu etkileri (disturbance) de mutlaka dikkate almak gerekir. Örnek vermek gerekirse sabit kanat ya da döner kanatlı bir İHA'da rüzgârın etkisi bir bozucu etkidir. Otomobil hız sabitleme sistemlerinde yokuş yukarı ve aşağı hareketlerde eğim bir bozucu etkidir, toprak yoldaki sürtünme bir bozucu etkidir, bir AC/DC motor hız kontrolünde motorun döndürdüğü yükün ani olarak değişmesi, Bir DA gerilim kaynağı kontrolünde yükün değişmesi vb. Dolayısıyla kararlı denetleme sistemlerinin bozucu etkilere karşı dirençli olması ve kaybettiği referans değerini hızlı bir şekilde yakalaması gereklidir.

## Bozucu Etkiler için Sürekli Hal Hataları



$$C(s) = [E(s)G_1(s) + D(s)] * G_2(s)$$

$$C(s) = E(s)G_1(s)G_2(s) + D(s)G_2(s)$$

$$C(s) = R(s) - E(s)$$

$C(s)$  'i yukarıdaki ifadede yerine yazalım;

$$R(s) - E(s) = E(s)G_1(s)G_2(s) + D(s)G_2(s)$$

$$R(s) - D(s)G_2(s) = E(s) + E(s)G_1(s)G_2(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)} R(s) - \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} D(s)$$

Hata'yı bulabilmek için son değer teoremini uygulayacak olursak:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)} R(s) - \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} D(s)$$
$$e(\infty) = e_R(\infty) + e_D(\infty)$$

$e_R(\infty)$ : Daha önce elde ettiğimiz gibi giriş,  $R(s)$  den ötürü oluşan sürekli hal hatası.

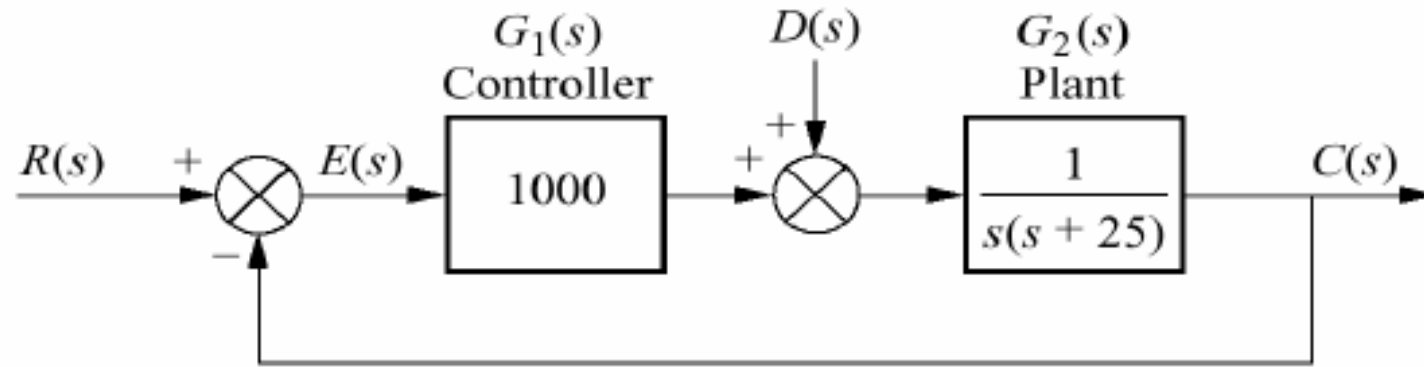
$e_D(\infty)$ : Bozucu etki,  $D(s)$  den ötürü oluşan sürekli hal hatası.

$D(s)$ 'in birim basamak bozucu olduğunu varsayalım,  $D(s)=1/s$ :

$$e_D(\infty) = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sG_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} \left(\frac{1}{s}\right) = -\frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{G_2(s)} + \lim_{s \rightarrow 0} G_1(s)}$$

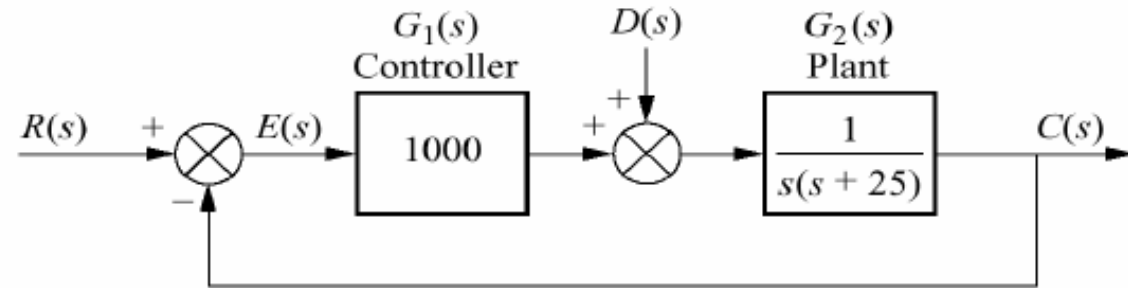
Görüldüğü gibi birim basamak bozucu etki olduğunda  $G_1(s)$ 'nin dc kazancını artırdığımızda veya  $G_2(s)$ 'nin dc kazancını azaltığımızda bozucu etkiden ötürü oluşan sürekli hal hatası azaltılabilir.

## Örnek:



Birim basamak bir bozucu etki olursa, bu bozucu etkinin sürekli hal hatasını bulunuz.

## Örnek:



Birim basamak bir bozucu etki olursa, bu bozucu etkinin sürekli hal hatasını bulunuz.

$$e_D(\infty) = -\frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{G_2(s)} + \lim_{s \rightarrow 0} G_1(s)} = -\frac{1}{0 + 1000} = -\frac{1}{1000}$$









